Dagens uppgifter, vecka 50

5B1132 Amelia 1 för T ht 2003

1. Beräkna arean av det oändliga området som begränsas av kurvan $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}(x+4)}$, samt av de positiva delarna av både *x*- och *y*-axeln.

2. Beräkna seriesumman $1 - \dfrac{1}{2^2 \cdot 3!} + \dfrac{1}{2^4 \cdot 5!} - \dfrac{1}{2^6 \cdot 7!} + \ldots$

3. Uppskatta hur många termer skall ingå i en delsumma för den representerar seriesumman $1 + \dfrac{1}{2^3} + \dfrac{1}{3^3} + \dfrac{1}{4^3} + \dfrac{1}{5^3} + \ldots$ med 3 korrekta decimaler.

4. Beräkna arean av det oändliga området som begränsas av kurvan $y = \dfrac{1}{x(x^2+1)}$, den positiva delen av *x*-axeln samt av en sträcka på linjen $x = 1$.

Ledtrådar

1. $A=\int_0^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x}\left(x+4\right)}$. Använd substitutionen $\sqrt{x}=t$

2. Skriv om serien som $2\left(0,5-\frac{0,5^3}{3!}+\frac{0,5^5}{5!}-\frac{0,5^7}{7!}+...\right)$ och använd en MacLaurinserie till en känd funktion.

3. Uppskatta felet genom integralen: $\sum_{m=N+1}^{\infty}\frac{1}{m^3}<\int_N^{\infty}\frac{dx}{x^3}<0,0005$ vilket ska ge olikheten $\frac{1}{2N^2}<0,0005$

4. $A=\int_1^{\infty}\frac{dx}{x\left(x^2+1\right)}=\int_1^{\infty}\frac{xdx}{x^2\left(x^2+1\right)}$. Använd sedan substitutionen $x^2=t$. Skriva om

$\ln t-\ln\left(t+1\right)=\ln\frac{t}{t+1}$

Facit

1. $\frac{\pi}{2}$

2. $2\sin 0{,}5$

3. $N \geq 32$

4. $\frac{\ln 2}{2}$