Extremproblem med bivillkor i form av likheter: Lagranges metod

Ett bivillkor

Bestäm extrempunkter av funktionen $f(x,y,z)$ på mängden $g(x,y,z)=0$.
Lösning.
0. Skriv om bivillkoret på formen $g(x,y,z)=0$ (ex. $xy=x+2y$ till $xy-x-2y=0$)
1. Bilda 2 stycken hjälpfunktioner: $F(x,y,z,\lambda)= f(x,y,z)- \lambda g(x,y,z)$ och $G(x,y,z,\lambda)= \lambda g(x,y,z)$.
2. Hitta alla kritiska punkter till dessa funktioner, dvs där grad $F(x,y,z,\lambda)=\mathbf{0}$ (brukar finnas) och grad $G(x,y,z,\lambda)=\mathbf{0}$ **,** där $\lambda\neq 0$ **(**brukar saknas).
3. Stryk ut λ-koordinaten på dessa punkter. Då fås kritiska punkter till problemet. Alla lokala och globala extrempunkter finns bland dem.

Två bivillkor

Bestäm extrempunkter av funktionen $f(x,y,z)$ på mängden $g(x,y,z)=0$ och $h(x,y,z)=0$
Lösning.
1. Bilda 2 stycken hjälpfunktioner: $F(x,y,z,\lambda,\mu)= f(x,y,z)-\lambda g(x,y,z) -\mu h(x,y,z)$ och $G(x,y,z,\lambda,\mu)= \lambda g(x,y,z) +\mu h(x,y,z)$
2. Hitta alla kritiska punkter till dessa funktioner, dvs där grad $F(x,y,z,\lambda,\mu)=\mathbf{0}$ (brukar finnas) och grad $G(x,y,z,\lambda,\mu)=\mathbf{0}$ där **(**λ,μ)$\neq$0 **(**brukar saknas).
3. Stryk ut λ- och μ-koordinaterna på dessa punkter. Då fås kritiska punkter till problemet. Alla lokala och globala extrempunkter finns bland dem.