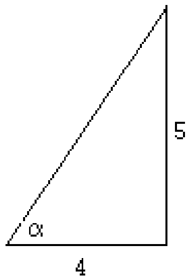
Institutionen för matematik, KTH
5B1132 Amelia 1 för T. Lappskrivning nr 7, 2003-10-17, klockan 10.40-11.00

Vänster) Beräkna exakt $\cos\left(2\arctan\dfrac{5}{4}\right)$

Facit. $-\dfrac{7}{41}$

Förslag till lösning.

I en rätvinklig triangel med kateter 5 och 4 är $\tan\alpha = \dfrac{5}{4}$ (se bilden), d.v.s



$\arctan\dfrac{5}{4} = \alpha$. Enligt Pythagoras sats är hypotenusan $\sqrt{4^2+5^2} = \sqrt{41}$,

således $\sin\alpha = \dfrac{5}{\sqrt{41}}, \cos\alpha = \dfrac{4}{\sqrt{41}}$.

$$\cos\left(2\arctan\frac{5}{4}\right) = \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \left(\frac{4}{\sqrt{41}}\right)^2 - \left(\frac{5}{\sqrt{41}}\right)^2 = -\frac{7}{41}$$

Alternativt sätt – se lösningen till högerversionen

Höger) Beräkna exakt $\cos\left(2\arcsin\dfrac{5}{7}\right)$

Facit. $-\dfrac{1}{49}$

Förslag till lösning

Beteckna $\alpha = \arcsin\dfrac{5}{7}$, då $\sin\alpha = \dfrac{5}{7}$,

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2 a = (1-\sin^2\alpha) - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a = 1 - 2\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^2 = -\frac{1}{49}$$

Alternativt sätt – se lösningen till vänsterversionen.