Institutionen för matematik, KTH
5B1132 Amelia 1 för T. Lappskrivning nr 11, 2003-11-14, klockan 10.40-11.00

Vänster) Bestäm MacLaurinutvecklingen av 3 ordning till $f(x)=(x^2+x+2)\sin 3x$. Ange ordoresttermen. Beräkna $f(0,1)$ approximativt och uppskatta felet.

Facit. $f(x)=6x+3x^2-6x^3+O(x^4)$, $f(0,1)\approx 0,624$ med 3 korrekta decimaler.

Förslag till lösning.

$$f(x)=(x^2+x+2)\left(3x-\frac{(3x)^3}{3!}+O(x^5)\right)=(x^2+x+2)\left(3x-\frac{9}{2}x^3+O(x^5)\right)=$$

$$=2\cdot 3x+x\cdot 3x-2\cdot\frac{9}{2}x^3+x^2\cdot 3x+O(x^4)=6x+3x^2-6x^3+O(x^4)$$

$$f(0,1)\approx 6\cdot 0,1+3\cdot 0,1^2-6\cdot 0,1^3=0,624$$

Felet är av ordning $0,1^4=0,0001$ dvs vi har tre korrekta decimaler.

Höger) Bestäm MacLaurinutvecklingen av 3 ordning till $f(x)=(x^2+3)e^{2x}$. Ange ordoresttermen. Beräkna $f(0{,}1)$ approximativt och uppskatta felet.

Facit. $f(x)=3+6x+7x^2+6x^3+O(x^4)$, $f(0{,}1)\approx 3{,}676$ med 3 korrekta decimaler.

Förslag till lösning.

$$f(x)=(x^2+3)\left(1+2x+\frac{(2x)^2}{2!}+\frac{(2x)^3}{3!}+O(x^4)\right)=(x^2+3)\left(1+2x+2x^2+\frac{4}{3}x^3+O(x^4)\right)=$$

$$=3\cdot 1+3\cdot 2x+3\cdot 2x^2+x^2\cdot 1+3\cdot\frac{4}{3}x^3+x^2\cdot 2x+O(x^4)=3+6x+7x^2+6x^3+O(x^4)$$

$$f(0{,}1)\approx 3+6\cdot 0{,}1+7\cdot 0{,}1^2+6\cdot 0{,}1^3=3{,}676$$

Felet är av ordning $0{,}1^4=0{,}0001$ dvs vi har tre korrekta decimaler.