

Tentan den 16 december 2003, Amelia 1: Typiska fel

8. För matriserna A och B gäller att $ABA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Bestäm $AB^{-1}A^{-1}$

En typisk början på en felaktig lösning.

Då $AA^{-1} = E$ gäller även att $ABA^{-1} = B$ och $AB^{-1}A^{-1} = B^{-1}$. Detta betyder att vi måste invertera den givna matrisen för att få svaret.

Sen inverterar man korrekt och får det korrekta svaret.

Bedömning.

$AA^{-1} = E$ är rätt men både $ABA^{-1} = B$ och $AB^{-1}A^{-1} = B^{-1}$ är grova fel. Man får inte kasta om faktorer när man multiplicerar matriser. Efter ett sådant fel kunde man få högst en poäng för rätt inverterad matris.

Vad är rätt?

Att $AB^{-1}A^{-1} = (ABA^{-1})^{-1}$.

Bevis:

$$(AB^{-1}A^{-1}) \cdot (ABA^{-1}) = AB^{-1}(A^{-1}A)BA^{-1} = AB^{-1}EBA^{-1} = AB^{-1}BA^{-1} = A(B^{-1}B)A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E$$

Detta innebär att produkterna i parantes i vänstra ledet är varandras inverser.