Uppgifter till vecka 5

5B1133 Amelia 2 för T vt 2004

1. Ett plant område D är begränsat av kurvorna $y = 3\cos x$, $x = 0$ $(x \geq 0)$, $y = 0$. D avbildas linjärt på ett område D'. Matrisen till avbildningen är $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Bestäm arean av D'.

2. Hörnen i triangeln ABC har koordinaterna A(5,8,-3,0), B(5,3,2,0), C(1,-2,2,-3). Bestäm den största vinkeln i triangeln ABC.

3. Bestäm de två vektorerna av längden 1 som är ortogonala mot tre vektorer $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

4. Vilken punkt på linjen $(1,2,3,4) + t(2,-1,0,-2)$ ligger närmast till punkten (7,1,3,6)?

5. Skriv vektorn $\bar{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ som en linjär kombination av vektorerna $\bar{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \bar{u}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \bar{u}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. Avgör om uppsättningen $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ utgör en bas i $\mathbf{R}^4$

7. Bestäm transformationsmatrisen för övergången från basen $\{ \bar{f}_1 = 3\bar{e}_1 + 7\bar{e}_2, \ \bar{f}_2 = 2\bar{e}_1 + 5\bar{e}_2 \}$ till basen $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$.

8. Vektorn $\bar{v}$ har i basen $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ koordinaterna $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Vilka är koordinaterna för $\bar{v}$ i basen $\{ \bar{f}_1 = 2\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2, \ \bar{f}_2 = 5\bar{e}_1 + 11\bar{e}_2 \}$?

Ledtrådar

1. Bestäm arean av D via integral. Multiplicera den sedan med avbildningsskalan $\left|\det\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}\right|$

2. $\cos\angle A = \dfrac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{\left|\overline{AB}\right|\cdot\left|\overline{AC}\right|}$, analogt $\cos\angle B, \cos\angle C$

3. Ortogonala vektorer har skalärprodukten =0. Skriv om villkoren för ortogonalitet till ett linjärt system och lös systemet. Dividera vektorn med dess längd.

4. Linjens ekvation uttrycker koordinater av en punkt M_t på linjen i t. Uttryck i t koordinater till en vektor PM_t. Den närmaste punkten uppfyller villkoret *att* PM_t är ortogonal mot riktningsvektorn till linjen. Skriv detta villkor som en ekvation i t och lös den.

5. Skriv om villkoret $\overline{v} = x\overline{u}_1 + y\overline{u}_2 + z\overline{u}_3$ till ett linjärt system med de obekanta x,y,z.

6. Skriv om villkoret $x\overline{u}_1 + y\overline{u}_2 + z\overline{u}_3 + t\overline{u}_4 = \overline{0}$ till ett linjärt homoent system med de obekanta x,y,z,t och bestäm om systemet har icke+triviala lösningar.

7. Lös ut $\overline{e}_1$ och $\overline{e}_2$ ur sambanden.

8. Skriv $\overline{v}$ som en linjär kombination av $\{\overline{f}_1, \overline{f}_2\}$

Facit

1. 15

2. $\angle B = 120^0$

3. $\pm\begin{pmatrix} 0{,}6 \\ 0 \\ -0{,}8 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. $(3,1,3,2)$

5. $\bar{v} = \bar{u}_1 - 2\bar{u}_2 + 3\bar{u}_3$

6. Ja

7. $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, dvs $\bar{v} = 3\bar{f}_1 - \bar{f}_2$