Uppgifter till vecka 11

5B1133 Amelia 2 för T vt 2004

1. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x, y) = 2x^2 + 2x + y^2 + 2xy$

a. på den slutna rektangeln $0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 3$

b. på triangelskivan med hörnen $(-1,0), (1,0), (0,1)$.

2. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x, y) = 6x + 8y$ på cirkelskivan $x^2 + y^2 = 25$

3. Bestäm det största värdet funktionen $f(x, y, z) = x^2 + y^2$ kan anta då $x^2 + z^2 = 9$ och $y^2 + z^2 = 9$.

4. Bestäm eventuella lokala extrempunkter (och deras karaktär) till funktionen

$$f(x, y, z) = x + y + z + \frac{16}{xyz}$$

Facit

1. a. $f_{största} = f(2,3) = 33,\ f_{\min st} = f(0,0) = 0$

   b. $f_{största} = f(1,0) = 4,\ f_{\min st} = f(-0.6, 0.4) = -0.8$

2. $-50 \le f(x, y) \le 50$

3. $f_{största} = f(\pm 3, \pm 3, 0) = 18$

4. (2,2,2) – lokal maximipunkt, (–2,–2,–2) – lokal minimipunkt

Ledtrådar

1. grad $f = 0$ i punkten (–1,1) som ligger utanför de givna områden. Sidorna av rektangeln och triangeln ska parametriseras och utredas en och en.
a) Inga kritiska punkter utom hörnpunkter.
b) Förutom hörnpunkter finns ytterligare 2 kritiska punkter: $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ och $(-0.6, 0.4)$

2. Bestäm kritiska punkter (3,4) och (–3,–4) genom Lagranges metod.

3. Genom Lagranges metod bestäm kritiska punkter $(\pm 3, \pm 3, 0)$ på randen.

4. Kritiska punkter är (2,2,2) och (–2,–2,–2). Hesses matriser är $A = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$ resp. $B = \begin{pmatrix} -1 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & -1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & -1 \end{pmatrix}$. I (2,2,2) samtliga huvuddiagonaldeterminanterna $1, \begin{vmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{vmatrix}, \det A$ är positiva, således är (2,2,2) en minimipunkt. I (–2,–2,–2) huvuddiagonaldeterminanterna $-1, \begin{vmatrix} -1 & -0.5 \\ -0.5 & -1 \end{vmatrix}, \det B$ har alternerande tecknen –,+,– , således är (–2,–2,–2) en maximipunkt.