

Uppgifter till vecka 12

5B1133 Amelia 2 för T vt 2004

1. Ange minstakvadratlösningen till ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + 2y = 2 \\ 2x + y = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

2 a. Ange ekvationen för den räta linje $y=ax+b$ som minstakvadratanpassar till punkterna $(0, 1), (2, 0), (4, 3)$. Beräkna också medelfelet.

b. Ange ekvationen för den parabel $y=ax^2+bx+c$ som minstakvadratanpassar till punkterna $(-1, 5), (0, -2), (1, 3), (2, 0)$. Beräkna också medelfelet.

3. Beräkna följande dubbelintegraler

a. $\iint_D 6(x+y^2) dx dy$ då D ges av $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$

b. $\iint_D \cos(2x-y) dx dy$ då D ges av $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq y \leq \pi$

4. Beräkna följande dubbelintegraler

a. $\iint_D xy^2 dx dy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3x$

b. $\iint_D (x^3 - xy) dx dy$ då D ges av $-1 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 2y^2$

5. Beräkna följande dubbelintegraler

a. $\iint_D xy dx dy$ då D begränsas av parabeln $y = x^2$ och den räta linjen $y = 2x$

b. $\iint_D y^2 dx dy$ då D är triangelskivan med hörnen $(0, 0), (1, 3), (1, -3)$.

Facit

1. $\left(\frac{10}{11}, \frac{10}{11}\right)$

2. a. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$, *medelfelet* = $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ b. $y = x^2 - 2x + 1$, *medelfelet* = $\sqrt{5}$

3. a. 16 b. 1

4. a. 1.8 b. $\frac{8}{9}$

5. a. $\frac{8}{3}$ b. 4.5

Ledtrådar

1. $(x + y - 1)^2 + (x + 2y - 2)^2 + (2x + y - 4)^2 + (x - y + 1)^2 \rightarrow \min$

2. a. $(b - 1)^2 + (2a + b)^2 + (4a + b - 3)^2 \rightarrow \min$

b. $(a - b + c - 5)^2 + (c + 2)^2 + (a + b + c - 3)^2 + (4a + 2b + c)^2 \rightarrow \min$

3a. $\iint_D 6(x + y^2) dx dy = \int_0^1 dy \int_0^2 6(x + y^2) dx = \int_0^1 (12 + 12y^2) dy$

4b. $\iint_D (x^3 - xy) dx dy = \int_{-1}^1 dy \int_0^{2y^2} (x^3 - xy) dx = \int_{-1}^1 (4y^8 - 2y^5) dy = 2 \int_0^1 4y^8 dy$

5a. Kurvorna $y = x^2$ och $y = 2x$ skär varandra i $(0, 0)$ och $(2, 4)$. Således ges D av $0 \leq x \leq 2, x^2 \leq y \leq 2x$