

Uppgifter till vecka 20, del 1

5B1133 Amelia 2 för T vt 2004

1. Beräkna linjeintegralen $\int \cos \frac{2y}{x} dx + \sin(2x^2 - 2y) dy$ längs grafkurvan $y = x^2$ från punkten $\left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi^2}{144}\right)$ till punkten $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi^2}{16}\right)$
- 2 Beräkna linjeintegralen $\int_{AB} (x+y) dx + x^2 dy$ längs sträckan med randpunkterna $A(3,1)$, $B(6,2)$.
3. Beräkna linjeintegralen $\oint_{ABCA} (e^x + y) dx + (3x - \sqrt{y}) dy$ längs den slutna brutna linjen $ABCA$ med hörnen $A(2,1)$, $B(4,2)$, $C(2,4)$.
4. a. Kontrollera att fältet $\bar{F} = \left(\frac{2}{x} + \frac{2x}{y}, -\frac{x^2}{y^2}\right)$ är konservativt.
b. Bestäm potentialfunktionen g till \bar{F} i den 1:a kvadranten ($x>0, y>0$) sådan att $g(1,1) = 2$.

Facit

1. $\frac{1}{4}$

2. 39

3. 3

4. $2\ln x + \frac{x^2}{y} + 1$

Ledtrådar

1.
$$\int_{\pi/12}^{\pi/4} \cos \frac{2x^2}{x} dx + \sin(2x^2 - 2x^2) d(x^2) = \int_{\pi/12}^{\pi/4} \cos 2x dx$$

2. Sätt in $x = 3y$ där y går från 1 till 2.

3. Greens sats $\oint_{\Gamma} P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} \right) dx dy$ ger här att $\oint = \iint_{\Delta ABC} 2 dx dy = 2|\Delta ABC|$

(observera att linjen genomlöps i positiv led).

4a. Kontrollera att $\left(\frac{2}{x} + \frac{2x}{y} \right)_y = \left(-\frac{x^2}{y^2} \right)_x$

4b. Hitta potentialen på formen $g(x, y) + C$ och bestäm det lämpliga värdet på konstanten C .