Veckans 4 uppgifter

5B1133 Amelia 2 för T vt 2004

1. Bestäm matrisen för planets spegling kring linjen $y = -x$

2. Bestäm matrisen för konjugering av komplexa tal. Använd koordinater $x = \operatorname{Re} z,\ y = \operatorname{Im} z$

3. Det är känt att L är en linjär avbildning samt att $L\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ och $L\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$. Bestäm $L\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$

4. Bestäm koordinater för vektor $\bar{v} = \begin{pmatrix}6\\2\\3\end{pmatrix}$ efter vridning 60° kring z-axeln i positiv led.

5. Avbildningen A kvadrerar alla komplexa tal, dvs $A(z) = z^2$. Blir det en linjär avbildning i koordinater $x = \operatorname{Re} z,\ y = \operatorname{Im} z$? Om ja, bestäm matrisen $[A]$

6. Avbildningen B projicerar en rymdvektor först på koordinatplanet yz, sedan vrider B projektionen kring x-axeln 90° i positiv led. Är B en linjär avbildning? Om ja, bestäm matrisen $[B]$

Ledtrådar

1. Bestäm bilderna för $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2. Konjugering $\bar{z} = \overline{x + iy} = x - iy$. Skriv om bilderna för 1 och *i* på koordinatform.

3. Använd att $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

4. Matris av rotationen φ radianer $R_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$. *z*-koordinaten blir oförändrad.

5. Kolla om $A(2z) = 2A(z)$ för alla *z*.

6. $[A] = [R_{90}][\mathrm{Pr}]$ där $[R_{90}]$ och [Pr] är vridningens resp. projektionens matriser.

Facit

1. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 3-\sqrt{3} \\ 3\sqrt{3}+1 \\ 3 \end{pmatrix}$

5. Nej, ty t.e. $4 = A(2\cdot 1) \neq 2A(1) = 2$

6. B är linjär då både en vridning och en projektion är linjära avbildningar. Vi använder y,z som koordinater på yz-planet. Då har vi

$$[\mathrm{Pr}] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, [R_{90}] = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow [B] = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$