

1. Lös ekvationssystemet:

$$\begin{array}{lll} \text{a.} & \begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 7 \\ 4x + y + 2z = 9 \end{cases} & \text{b.} \begin{cases} 3x + 2y + z + 2v = 2 \\ 2x + 3y + 2z + v = 1 \\ 2x + 2y + 3z + 3v = 3 \\ 4x + y + z + 3v = 4 \end{cases} \quad \text{c.} \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 7x + 3y + 2z = 2 \\ 5x + 2y + z = 1 \end{cases} \end{array}$$

2. Bestäm konstanterna a, b och c så att ekvationssystemet $\begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ 2bx + 2ay + cz = 4 \\ cx + by + 3az = 0 \end{cases}$

får lösningen $x = 1, y = 1$ och $z = -1$.

3. För vilka värden på konstanter a och b har ekvationssystemet $\begin{cases} ax + 6y = 6 \\ x + by = 2 \end{cases}$ precis en lösning? Oändligt många lösningar? Ingen lösning?

Ledning: Tolka ekvationssystemet geometriskt. Varje ekvation beskriver då en rät linje i planet.

4. Visa att ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y + z = a \\ 2x + 5y + 3z = b \\ x - 4y - 5z = c \end{cases}$ är lösbart om och endast om

$c = 13a - 6b$. Lös ekvationssystemet i detta fall.

Svar:

1. a. $(x, y, z) = (1, 1, 2)$. b. $(x, y, z, v) = (1, -1, 1, 0)$. c. Ingen lösning.
2. $a = 2, b = 2, c = 4$.
3. $ab \neq 6 \Rightarrow$ en; $a = 3$ och $b = 2 \Rightarrow$ oändligt många; $ab = 6$ och $a \neq 3 \Rightarrow$ ingen.
4. $x = 5a - 2b + t, y = b - 2a - t, z = t$.

5. Lös ekvationssystemet

$$\begin{array}{lll} \text{a.} & \begin{cases} 2x + y + z = 9 \\ 3x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 8 \end{cases} & \text{b.} \quad \begin{cases} 3x + y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 2 \\ 2x + y + 2z = 3 \end{cases} & \text{c.} \quad \begin{cases} 2x + 2y + z = 2 \\ 3x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + 2y + 3z = -14 \end{cases} \end{array}$$

6. För vilka värden på konstanter a och b har ekvationssystemet

$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = -8 \\ x + z = 2 \\ 3x + 3y + az = b \end{cases}$$

precis en lösning? Oändligt många lösningar? Ingen lösning?

7. Lös för alla a -värden ekvationssystemet $\begin{cases} -2x + y + 2z = 3 \\ ax + 2y + z = 1 \\ x + 3y - z = 4 \end{cases}$.

Svar:

5. a. $x = 3, y = 2, z = 1$. b. Ingen lösning. c. $x = 5 - t, y = t, z = -8$.

6. Precis en lösning $\Leftrightarrow a \neq 6$.

Oändligt många lösningar $\Leftrightarrow a = 6$ och $b = 0$.

Ingen lösning $\Leftrightarrow a = 6$ och $b \neq 0$.

7. $a = -1 \Rightarrow$ olösbart, $a \neq -1 \Rightarrow x = \frac{-20}{7(a+1)}, y = \frac{11}{7}, z = \frac{5a-15}{7(a+1)}$.