

Institutionen för Matematik
KTH
Kirsti Mattila

**Tentamensskrivning, Analytiska metoder och linjär algebra
5B1141 för högre årskurs**

Måndagen den 18 december 2006, kl 14.00-19.00

Preliminära betygsgränser för 3, 4 och 5 är 20, 27 och 35 poäng.
Inga hjälpmedel är tillåtna.

.....

1. Sök de kritiska punkterna till funktionen $f(x, y) = 2x^2 - xy + y^2 + y^4$ och bestäm deras karaktär. (3p)

2. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_B |y|e^x dx dy$$

där $B = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1 - y^2\}$. (3p)

3. Den linjära avbildningen $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ projiserar punkterna ortogonalt på linjen $y = 2x$. Bestäm matrisen av T med avseende på standardbasen. (3p)

4. Ange en bas för det underrum av $\mathbf{R}^4$ som består av alla vektorer

$$(a + b, 2b, a + b - c, -b + c)$$

där a, b och c är reella tal. (3p)

5. Bestäm det största och det minsta värde som funktionen

$$f(x, y) = xy^2 + 2x^2y - xy$$

antar i området $A = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$. (4p)

v.g. vänd

6. Antag att funktionen $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ är differentierbar. Visa att funktionen $g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$, som definieras genom $g(x, y, z) = f(x/y, x/z)$ om $y \neq 0$ och $z \neq 0$, uppfyller ekvationen $x D_1 g + y D_2 g + z D_3 g = 0$. (4p)

7. Bestäm volymen av den kropp som begränsas av ytorna $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ och $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. (4p)

8. Bestäm de punkter på sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ där tangentplanet är parallellt med planet $2x + y - 3z = 2$. (5p)

9. Beräkna linjeintegralen

$$\oint_C \frac{zy \, dx - xz \, dy + xy \, dz}{y^2}$$

där C är skärningskurvan av ytorna $x^2 + z^2 = 1$, $y + z = 2$. (5p)

10. Bestäm de (reella) värden α för vilka matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$ är diagonaliserbar resp. inte diagonaliserbar. (5p)

11. Beräkna flödet $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$ av vektorfältet $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 y, -y^2, 4z^2)$ ut genom ytan S av den kropp i första oktanten som begränsas av cylindern $y^2 + z^2 = 9$, planet $x = 2$ och koordinatplanen. Vektorn $\mathbf{n}$ är ytans enhetsnormal. (5p)
