

KTH Matematik
Hans Thunberg

5B1142 Envariabelanalys och Linjär Algebra
HT 2006 för Öppen Ingång

Problem och övningar till lektionspass L3, 26/10.

(1) Beräkna

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x - 3xe^{5x}}{xe^{5x} + x^2e^{4x}} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{x^3 - x}$$

(2) Bestäm tangentlinjen till $y = \ln x^2 + 2\frac{x-1}{x+1}$ i den punkt där $x = 1$.

(3) En 2 meter lång stega står lutad mot väggen i ett rum. Stegen börjar glida så att den övre änden glider ner för väggen med en hastighet av 1 dm/s (den nedre ände förblir på golvet och glider följaktligen bort från väggen). Hur snabbt ändrar sig vinkeln mellan stegen och golvet i det ögonblick då den övre änden befinner sig en halv meter över golvet?

(4) Skissera grafen till funktionen $f(x) = 4 \arctan(1 + x^2)$ och ange i förekommande fall alla asymptoter och lokala extrempunkter.

(5) Bestäm alla lokala maximipunkter och alla lokala minimipunkter till funktionen $y = x^2e^{2x}$.

(6) Vilken punkt på parabeln $y = 1 - x^2$ ligger närmast origo?

(7) Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

(8) Rita kurvan $y = \frac{x}{x-1}e^{1/x}$ med angivande av eventuella extrempunkter och asymptoter.

(9) Härled, utifrån dervitans definition, derivatan till $f(x) = 1/x$