

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar till den 22 februari 2006 för Diskret matematik F3 F1spec.

1. Bestäm $S(6, 4)$ samt härled en explicit formel för $S(n, n-1)$, $S(n, 2)$ och $S(n, 3)$.
2. Visa att antalet surjektioner från en mängd med n element till en mängd med k element är

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} (n-i)^k.$$

3. Ur en klass med 12 pojkar och 8 flickor skall en kommitté bestående av tre pojkar och två flickor väljas. Hur många olika kommittéer kan bildas på detta sätt om pojken A i klassen inte kan vara i samma kommitté som flickan B?
4. Betrakta bokstäverna i ordet IALLAFALL. Bestäm antalet möjliga ord man kan bilda med hjälp av dessa bokstäver om
 - (a) inga konsonanter får stå bredvid varandra.
 - (b) orden får inte innehålla tre A:n i följd.
 - (c) orden får inte innehålla två A:n i följd.
 - (d) inga likadana bokstäver i direkt följd efter varandra.
5. Bestäm antalet tal mellan 1 och 1000 som inte är delbara med något av talen 4, 5 eller 6.
6. En skola med 102 elever skall delas in i fyra fotbollslag med 11 spelare vardera, 12 dubbel-par i tennis, en tennisdrottning och en fotbollsdomare. Resterande elever skall delas in två hejklackar en till fotbollen och en till tennisen. På hur många sätt kan detta ske.
7. Bestäm antalet surjektioner av mängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ på mängden $\{1, 2, 3, 4\}$ sådana att elementen 1 och 2 avbildas på olika element.
8. På hur många olika sätt kan 35 olika objekt läggas i fem olika urnor så att varje urna innehåller precis sju objekt.
9. Bestäm antalet sätt att dela in mängden $\{1, 2, \dots, 7\}$ i fyra icke-tomma delmängder sådana att elementen 1, 2 och 3 hamnar i olika delmängder.
10. Bestäm antalet lösningar till ekvationen $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14$ sådana att $x_1 \geq 0$, $-2 \leq x_2 \leq 5$, $1 \leq x_3 \leq 7$ och $0 \leq x_4 \leq 5$
11. Undersök om det finns en uppsättning delmängder till $M = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ med egenskapen att varje delmängd innehåller fem element och varje element i M tillhör precis tre olika delmängder.
12. Femton personer ställer sig i tre köer. På hur många olika sätt kan detta ske
 - (a) om ingen kö blir tom.
 - (b) alla köer är lika långa.