

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar till den 9 maj 2006 för Diskret matematik F3 F1spec.

1. Ett träd har 5 noder med valens 2, fyra noder med valens 3 och 2 noder med valens 4. Bestäm antalet noder som har valens 1.
2. Visa att om en sammanhängande graf bara har en nod med valensen 1 så grafen minst en cykel.
3. En sammanhängande graf har 33 kanter. Vilket är det maximala antalet noder som grafen kan ha.
4. En acyklisk graf, dvs grafen saknar cykler, består av 143 noder och 100 kanter. Hur många komponenter består grafen av.
5. Visa att om varje pojke i en skola har k stycken flickor på sin lista och varje flicka finns med på exakt k stycken listor som pojkarna har, så kan varje pojke hitta en flickvän som han vill vara ihop med.
6. Betrakta en samling mängder $M_1, M_2, \dots, M_n$. Visa att om alla mängder är lika stora och varje element finns med i lika många mängder så finns en transversal till mängderna.
7. Visa att om en graf G är osammanhängande så måste grafens komplement $\bar{G}$ vara sammanhängande.
8. Bestäm en komplett matchning i den bipartita graf som består av nodmängderna $X = \{a_1, a_2, \dots, a_5\}$ och $Y = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_5\}$ och kanterna

$$E = \{(a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_2, b_4), \\ (a_3, b_3), (a_3, b_5), (a_4, b_1), (a_4, b_2), (a_4, b_4), (a_5, b_3)\}.$$

9. Betrakta samma bipartita graf som i föregående uppgift. Låt M beteckna matchningen

$$M = \{(a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_3, b_5), (a_4, b_4)\}$$

Bestäm en alternerande stig till M . Använd denna alternerande stig till att göra matchningen större.

10. Samma uppgift men med

$$M = \{(a_2, b_1), (a_3, b_3), (a_4, b_2), (a_5, b_4)\}.$$

11. Bestäm en transversal till mängderna

$$\{1, 2, 3\}, \quad \{2\}, \quad \{2, 3, 5\}, \quad \{4, 5\}$$

och förklara varför det inte finns någon transversal till mängderna

$$\{1\}, \quad \{1, 3\}, \quad \{1, 3\}, \quad \{2, 3, 4, 5\}.$$