MATEMATISKA INSTITUTIONEN
KTH
Examinator: Svante Linusson
telefon 790 9444

Övningstentamen i Diskret Matematik 5B1204, VT06

Varje rätt löst uppgift är värd 3 poäng. Max är 27 poäng och 13 räcker säkert för godkänt. Möjlighet att kompetera får den som har 12 poäng.
Godkänt på lappskrivningarna 1-3 ger en bonuspoäng per styck.
Hjälpmedel: Inga hjälpmedel tillåtna.
Motivera dina lösningar!!!

1. Formulera och bevisa Halls sats.

2. I kursen definieras $\binom{n}{k}$ som antalet sätt att välja ut en delmängd med k element från en mängd med n element. Visa direkt från definitionen av $\binom{n}{k}$ den grundläggande rekursionen med startvärden.

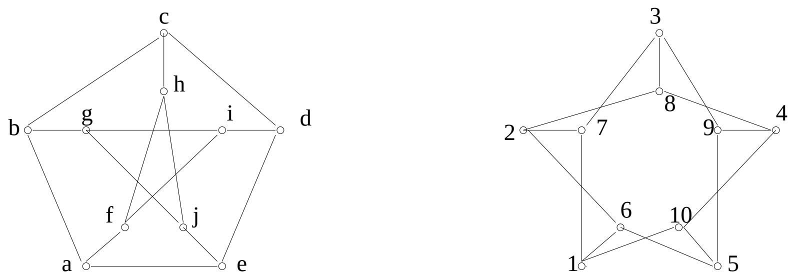
3. Ge en exakt formel för a_n som ges rekursivt av

$$a_n - 3a_{n-1} - 10a_{n-2} = 0,$$

med startvärden $a_0 = 3, a_1 = 8$.

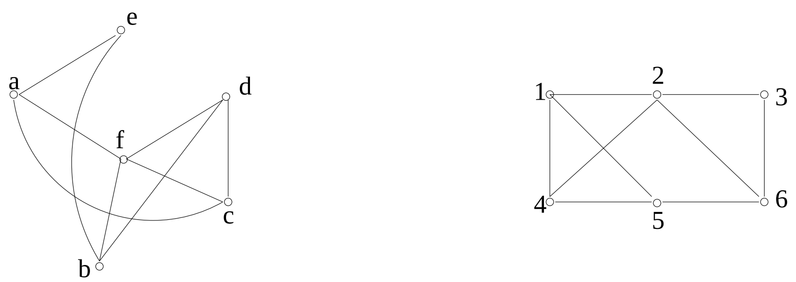
4. Vilka av följande par av grafer är isomorfa? Svara med isomorfi eller egenskap som skiljer graferna åt.

(a)



(b)

(c)



5. Beräkna $\phi(300)$.

6. Hur många ord kan man skriva av bokstäverna i GULDMEDALJ som har

   (a) 10 bokstäver? (1 poäng)

   (b) 3 bokstäver? (2 poäng)

7. Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och $B = \{x, y, z\}$. Definiera en relation $\mathcal{R}$ på mängden av funktioner från A till B genom att $f\mathcal{R}g$ om $f(1) = g(1)$.

   (a) Visa att $\mathcal{R}$ är en ekvivalensrelation.

   (b) Hur många funktioner finns i en ekvivalensklass?

   (c) Om relationen istället definieras som $f\mathcal{R}g$ om $f(1) = g(2)$. Är det fortfarande en ekvivalensrelation?

8. Visa att $12^{n+2} + 13^{2n+1} \equiv_{157} 0$ för alla heltal $n \geq 0$.

9. Systemansvariga Susanne gjorde backup totalt 30 gånger under en period av 21 dagar. Hon gjorde back-up minst en gång varje dag. Visa att det finns en följd av dagar sådan att antalet backuper under dessa dagar var exakt 10.

Lycka Till!

Svante