(F14, on 1 mar 2006)

Använding av sållprincipen

Antalet **fixpunktsfria** permutationer i S_n är $n!\sum_{r=0}^{n}\frac{(-1)^r}{r!}$.

Antalet surjektiva funktioner $f : A \to B$, där $|A| = m$, $|B| = n$ är

$$\sum_{r=0}^{n}(-1)^r\binom{n}{r}(n-r)^m.$$

Vi minns:

En **partition** av X : $\{X_i \mid i \in \mathcal{I}\}$ med

0) $X_i \neq \emptyset, \quad X_i \subseteq X$

1) $\bigcup_{i\in\mathcal{I}} X_i = X$

2) $i \neq j \;\Rightarrow\; X_i \cap X_j = \emptyset$

Ekvivalensrelationer på X motsvarar **bijektivt** partitioner av X:

Givet en ekvivalensrelation utgör ekvivalensklasserna en partition.

Givet en partition finns en ekvivalensrelation med X_i:na som ekvivalensklasser.

Stirlingtalen (av andra slaget)

$S(m, n)$ = antalet partitioner av en m-mängd i precis n (oordnade) delar
= antalet sätt att lägga m olika saker i n lika lådor.

Rekursivt:

$$\begin{cases} S(n,1) = S(n,n) = 1 \\ S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k) \end{cases}$$

"Stirlings triangel":

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 3 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 7 & & 6 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 15 & & 25 & & 10 & & 1 & & \\
 & 1 & & 31 & & 90 & & 65 & & 15 & & 1 & \\
1 & & 63 & & 301 & & 350 & & 140 & & 21 & & 1 \\
 & & & & & & \vdots & & & & & &
\end{array}$$

Sats: Antalet surjektiva funktioner $f : A \to B$, där $|A| = m$, $|B| = n$ är

$$n!S(m,n)$$