(F16, ti 7 mar 2006)

Permutationer $\alpha, \beta \in S_n$ kallas **konjugerade** om $\beta = \sigma\alpha\sigma^{-1}$ för något $\sigma \in S_n$.

Detta definierar en ekvivalensrelation på S_n.

Sats: α och β är konjugerade omm de har **samma cykelstruktur**.

Om α har en cykel $(x_1\, x_2\, \ldots\, x_k)$ har $\beta = \sigma\alpha\sigma^{-1}$ en cykel $(\sigma(x_1)\, \sigma(x_2)\, \ldots \sigma(x_k))$

Ekvivalensklasser av konjugerade permutationer motsvarar bijektivt **partitioner av** n, $[1^{\alpha_1}\, 2^{\alpha_2}\, \ldots\, k^{\alpha_k}]$, där $n = 1 \cdot \alpha_1 + 2 \cdot \alpha_2 + \cdots + k \cdot \alpha_k$

En **transposition** är en permutation av typ $[1^{n-2}\, 2]$, dvs $\tau = (ab) \in S_n$.

För alla $\pi \in S_n : \pi = \tau_r \ldots \tau_2\, \tau_1$, något r och några transpositioner $\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_r$.

Sats: Om $\pi = \tau_r \ldots \tau_2\, \tau_1 = \tau'_{r'} \ldots \tau'_2\, \tau'_1$ har r och r' samma paritet, dvs de är båda jämna eller båda udda.

π är en **jämn(/udda) permutation** om r är jämnt(/udda).

Tecknet (signum) för π, $sgn\, \pi = (-1)^r = \begin{cases} +1 & \pi \text{ jämn} \\ -1 & \pi \text{ udda} \end{cases}$

$$sgn\,(\pi\sigma) = sgn\,\pi\; sgn\,\sigma$$
$$sgn\,\pi^{-1} = sgn\,\pi$$
$$sgn\,(\sigma\alpha\sigma^{-1}) = sgn\,\alpha$$

Om π är av typ $[1^{\alpha_1}\, 2^{\alpha_2}\, \ldots\, k^{\alpha_k}]$ är

$$sgn\,\pi = (-1)^{\alpha_2+\alpha_4+\cdots} = (-1)^{n-c(\pi)},$$

där $c(\pi) = \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_k$, antalet cykler i π.

I S_n $(n \geq 2)$ är hälften av permutationerna jämna, hälften udda.