(F21, to 30 mar 2006)

$(G,*)$ är en **grupp** om:

G1.	$\forall\, x, y \in G$	$x * y \in G$	slutenhet
G2.	$\forall\, x, y, z \in G$	$(x * y) * z = x * (y * z)$	associativitet
G3.	$\exists\, e \in G \;\; \forall\, x \in G$	$e * x = x * e = x$	identitet
G4.	$\forall\, x \in G \;\; \exists\, x^{-1} \in G$	$x * x^{-1} = x^{-1} * x = e$	invers

Exempel: Symmetrigrupper, matrisgrupper, $(\mathbb{Z}, +)$, $(\mathbb{Z}_m, +)$, $(\mathbb{Z}_7 \backslash \{0\}, \times)$, $S_n, \ldots$

Ofta använd (multiplikativ) notation: xy för $x * y$, 1 för identiteten, x^{-1} för inversen till x.

Sats: Om a, b är element i gruppen G har ekvationerna

$$ax = b \text{ och } ya = b$$

entydiga lösningar x, y i G.
Grupptabellen är en **latinsk kvadrat**.

Om $xy = yx$ för alla $x, y \in G$ kallas G **kommutativ** (eller **abelsk**).

En **isomorfi** mellan $(G_1, *)$ och $(G_2, \circ)$:

en **bijektion** $\beta : G_1 \to G_2$ så att

$$\beta(g * g') = \beta(g) \circ \beta(g') \qquad \text{för alla } g, g' \in G_1.$$

Vi skriver $(G_1, *) \approx (G_2, \circ)$ (eller oftast bara $G_1 \approx G_2$) då G_1 och G_2 är isomorfa.
Isomorfi är en ekvivalensrelation mellan grupper.