(F22, fr 31 mar 2006)

$$\textbf{Ordningen} \begin{cases} \text{för en grupp } G \ : \ |G| \\ \text{för ett element } g \in G \ : \ o(g) \end{cases}$$

$$o(g) = \begin{cases} \text{om } g^n = 1, \text{ något } n > 0 : \ \textbf{minsta} \text{ sådant } n \\ \text{annars : oändlig} \end{cases}$$

Sats : Om $o(x) = m$: $\quad x^s = 1 \Leftrightarrow m \mid s$

G är en **cyklisk grupp** om för något $x \in G$ varje $g \in G$ är x^n för något $n \in \mathbb{Z}$.

x **genererar** G, $\quad G = \langle x \rangle$,

$o(x) = m$: $\quad C_m = \{1, x, x^2, \ldots, x^{m-1}\} \approx (\mathbb{Z}_m, +)$

$o(x) = \infty$: $\quad C_\infty = \{\ldots, x^{-2}, x^{-1}, 1, x, x^2, \ldots\} \approx (\mathbb{Z}, +)$

Om A, B är grupper, är $(A \times B, *)$ med $(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$ också en grupp, den **direkta produkten** av A och B.

Enligt kinesiska restsatsen gäller om $sgd(m_i, m_j) = 1$ då $i \neq j$:

$$C_{m_1 \ldots m_k} \approx C_{m_1} \times \cdots \times C_{m_k}$$

H är en **delgrupp** till $(G, *)$ om $H \subseteq G$ och $(H, *)$ är en grupp.

Sats: Om G är en grupp och $H \subseteq G$ gäller att

$$H \text{ är en delgrupp till } G \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} S0 & H \neq \emptyset \\ S1 & x, y \in H \Rightarrow xy \in H \\ S2 & x \in H \Rightarrow x^{-1} \in H \end{cases}$$

Om G är ändlig, räcker $S0$ och $S1$.