(F23, ti 4 apr 2006)

Definition: Om H är en delgrupp till G och $g \in G$ är $gH = \{gh \mid h \in H\}$ en **vänstersidoklass** till H och $Hg = \{hg \mid h \in H\}$ en **högersidoklass**.

Om H är ändlig : $|H| = |gH| = |Hg|$

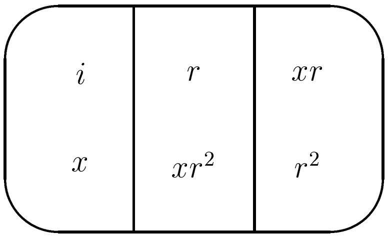
Sidoklasserna ger **partitioner** i lika stora mängder.

Ex. $G = S_3 = \{i, r, r^2, x, xr, xr^2\}$, med $r^3 = x^2 = i$, $rx = xr^2$ och $H = \{i, x\}$ ger

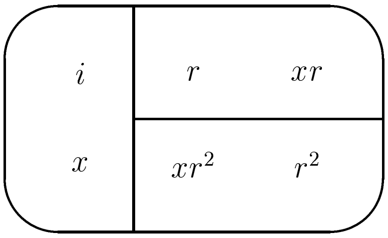
$iH = xH = H$, $rH = xr^2H = \{r, xr^2\}$, $r^2H = xrH = \{r^2, xr\}$

$Hi = Hx = H$, $Hr = Hxr = \{r, xr\}$, $Hr^2 = Hxr^2 = \{r^2, xr^2\}$

Vänstersidoklasser:



Högersidoklasser:



Lagranges sats: Om G är ändlig och H en delgrupp till G gäller

$$|H| \,\Big|\, |G|$$

$|G : H| = \frac{|G|}{|H|}$, H:s **index** i G

Sats: Om G är en grupp med $|G| = n$ gäller

$$o(g) \mid n \text{ och } g^n = 1, \text{ alla } g \in G$$

Sats: En grupp av **primtalsordning** är **cyklisk**, $G \approx C_p$

Sats: Om G är en grupp med $|G| = n$ är 1., 2., 3. **ekvivalenta**

$$\begin{cases} 1. \quad G \text{ är cyklisk} \\ 2. \quad d|n \Rightarrow |\{x \in G \,;\, x^d = 1\}| = d \\ 3. \quad d|n \Rightarrow |\{x \in G \,;\, o(x) = d\}| = \phi(d) \end{cases}$$

Sats: Alla delgrupper till C_n är **cykliska** och för varje $d|n$ finns exakt en delgrupp av ordning d.