(F24, on 5 apr 2006)

En grupp G **verkar på** mängden X om

1. för alla $g \in G$ är $g : X \to X$ en bijektion
2. för $1 \in G$ gäller $1(x) = x$ för alla $x \in X$.
3. för alla $g_1, g_2 \in G$ gäller $(g_1 g_2)(x) = g_1(g_2(x))$ för alla $x \in X$

Om G verkar på en mängd M och X är en mängd av färgningar av M (eller någon annan mängd funktioner på M), låter vi G verka också på X på det naturliga sättet, d.v.s "färgerna flyttar med".

Banor för G på X:

$$Gx := \{g(x) | g \in G\}, \quad \text{för } x \in X.$$

Banorna ger en **partition** av X, svarande mot ekvivalensrelationen $x_1 \sim x_2$ omm $x_2 = g(x_1)$ för något $g \in G$

Stabilisatorn för $x \in X$:

$$G_x := \{g \in G \mid g(x) = x\},$$

en delgrupp till G.

Invariantmängden för $\pi \in G$ är

$$X_\pi := \{x \in X \mid \pi(x) = x\}$$

OBS: Boken använder $F(\pi)$ istället för X_π.

Sats: Om G verkar på X och $x \in X$, gäller

$$|G| = |Gx||G_x|$$

(speciellt är $|Gx|$ en delare till $|G|$.)

Sats (**Burnsides lemma**):

$$\text{Antalet banor } = \frac{1}{|G|} \sum_{\pi \in G} |X_\pi|.$$

Burnsides Lemma är en mycket viktig och kraftfull sats för att lösa många kombinatoriska problem. Exempelvis för att räkna icke-isomorfa färgningar av grafer.