(F3, må 23 jan 2006)

En **stig** i en graf: $v_1v_2 \dots v_k$, där $\{v_i, v_{i+1}\} \in E$ för $i = 1 \dots k-1$.
En **stig utan upprepade kanter (s.u.u.k)**: en stig där varje kant förekommer högst en gång.
En **stig utan upprepade noder (s.u.u.n)**: en stig med **alla** v_i **olika**.
En **cykel**: en stig $v_1v_2 \dots v_{k+1}$ med $v_1v_2 \dots v_k$ en s.u.u.n, $v_1 = v_{k+1}$ och $k \geq 3$.

En **Hamiltoncykel**: En $|V|$-cykel (dvs en cykel genom alla noder)

En **Eulerstig**: En stig som passerar varje kant exakt en gång.

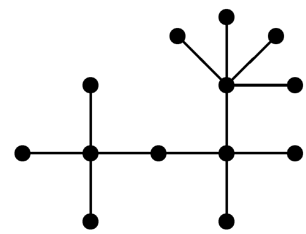
En graf G är **sammanhängande** om två godtyckliga noder kan förbindas med en stig.

En **komponent** av grafen: En maximal sammanhängande del.

Följande **Sats** med bevis (Euler 1736)

$$G \text{ har en Eulerstig} \Leftrightarrow \begin{cases} G \text{ är sammanhängande (+ ev. lösa noder)} \\ G \text{ har högst två udda noder} \end{cases}$$

Ett **träd** $T = (V, E)$ är
en **sammanhängande** graf **utan cykler**



Vi visade att för träd $T = (V, E)$ gäller
- $x, y \in V \Rightarrow$
  det finns en **unik s.u.u.n** från x till y i T
- om en kant i E tas bort, återstår två träd
- $|E| = |V| - 1$

Sist bevisades (som illustration, jfr Biggs 15.8:21) **Ores sats** (1960):

En graf $G = (V, E)$ med $|V| \geq 3$ som uppfyller villkoret

$$x, y \in V,\ x \neq y,\ xy \notin E \Rightarrow \delta(x) + \delta(y) \geq |V|$$

är hamiltonsk, dvs har en hamiltoncykel.