(F7, må 6 feb 2006)

Om $\mathcal{X} = \{S_i \,|\, i \in I\}$ är en familj mängder, är en mängd $\{s_i \,|\, i \in I\}$ med $s_i \in S_i$ och $s_i \neq s_j$ om $i \neq j$ (dvs varje mängd i $\mathcal{X}$ har en egen representant) en **transversal** för $\mathcal{X}$

Halls sats: En ändlig familj av ändliga mängder $\mathcal{X} = \{S_i \,|\, i \in I\}$ har en transversal omm

$$|\bigcup_{i \in T} S_i| \geq |T|, \quad \text{alla } T \subseteq I$$

Axiom för $\mathbb{N}$, de naturliga talen (från Biggs):
Följande gäller för alla $a, b, c \in \mathbb{N}$:

Aritmetik: (regler för $+$ och $\times$)

1. $a + b \in \mathbb{N}$.
2. $a \times b \in \mathbb{N}$.
3. $a + b = b + a$.
4. $(a + b) + c = a + (b + c)$.
5. $a \times b = b \times a$.
6. $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.
7. Det finns $1 \in \mathbb{N}$ så att $n \times 1 = n$ för alla $n \in \mathbb{N}$.
8. Om $a \times c = b \times c$ är $a = b$.
9. $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$.

Ordning: ($a < b$ betyder att $a + x = b$ för något $x \in \mathbb{N}$)

10. Precis en av $a < b$, $a = b$ och $b < a$ gäller.

Induktion:

11. Om $S \subseteq \mathbb{N}$ och *i)* $1 \in S$, *ii)* $k \in S \Rightarrow k + 1 \in S$, alla $k \in \mathbb{N}$, så $S = \mathbb{N}$

Variant av 11 ("stark induktion"):

$11'$. Om $S \subseteq \mathbb{N}$, $1 \in S$ och $\{n \in \mathbb{N} \,|\, n < k\} \subseteq S \Rightarrow k \in S$ för alla $k \in \mathbb{N}$, så är $S = \mathbb{N}$.

En till **variant** av 11 ($\mathbb{N}$ är **välordnad**):

$11''$. Om $S \subseteq \mathbb{N}$ och $S \neq \emptyset$, så finns $x \in S$ så att $x \leq y$ för alla $y \in S$. (Dvs varje icke-tom delmängd av $\mathbb{N}$ har **ett minsta element**.)

En **ekvivalensrelation** $\mathcal{R}$ på en mängd X är en relation $\mathcal{R}$ med

i)	$x\mathcal{R}x$	(reflexiv)
ii)	$x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$	(symmetrisk)
iii)	$x\mathcal{R}y$ och $y\mathcal{R}z \Rightarrow x\mathcal{R}z$	(transitiv)

Ekvivalensklasser $\mathcal{C}_x = [x] = \{y \in X \mid x\mathcal{R}y\}$

En **partition** av X : $\{X_i \mid i \in \mathcal{I}\}$, $\emptyset \neq X_i \subseteq X$, med

1) $\bigcup_{i \in \mathcal{I}} X_i = X$
2) $i \neq j \Rightarrow X_i \cap X_j = \emptyset$

Sats: Ekvivalensrelationer på X motsvarar *bijektivt* partitioner av X:

Givet en ekvivalensrelation utgör ekvivalensklasserna en partition.
Givet en partition finns en ekvivalensrelation med X_i:na som ekvivalensklasser.