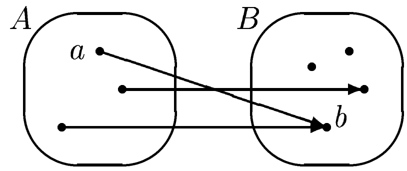
(F9, må 13 feb 2006)

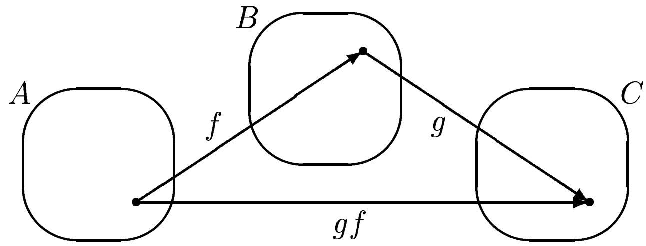


Funktioner, avbildningar

$f : A \to B, \qquad b = f(a)$

Sammansättning av funktioner

$f : A \to B, \quad g : B \to C \quad$ ger $gf : A \to C$



$f : A \to B$ är en

surjektion om $b = f(a)$ har **minst en** lösning $a \in A$ för alla $b \in B$

injektion om $b = f(a)$ har **högst en** lösning $a \in A$ för alla $b \in B$

bijektion om $b = f(a)$ har **exakt en** lösning $a \in A$ för alla $b \in B$

Sats: Sammansättning av två αjektioner ger en αjektion $\quad (\alpha = sur, in, bi)$.

$g : B \to A$ är **inversen** f^{-1} till $f : A \to B$ om $fg = id_B, gf = id_A$

Sats: $f : A \to B$ är inverterbar omm f är en bijektion

f^{-1} är då också en bijektion.

Om A, B är ändliga mängder, $|A| = m, |B| = n$:

Sats: Antalet funktioner $f : A \to B$

$= $ antalet element i $B^m = B \times B \times \cdots \times B$ (m st)

$= $ antalet ord av längd m med alfabet B

$= $ antalet **ordnade val med upprepning** av m st ur B

$= n^m = |B|^{|A|}$

Sats: Antalet injektioner $f : A \to B$

$= $ antalet ord av längd m med alfabet B utan upprepning

$= $ antalet **ordnade val utan upprepning** av m st ur B

$= n(n-1)\ldots(n-m+1) = n!/(n-m)!$

Sats: Antalet surjektioner $f : A \to B \quad = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{n-k}(n-k)^m$

Postfacksprincipen: Om $|A| = m, |B| = n, m > n$, finns **ingen injektion** $A \to B$

"Om $m > n$ och m saker läggs i n lådor, får minst en låda minst två saker."