

Institutionen för matematik
KTH

**Tentamensskrivning, Signaler och system I, för E, ME och IT
(5B1209/5B1215:2) den 18 december 2004 kl 14⁰⁰ – 19⁰⁰.**

Hjälpmedel:

Kurslitteraturen, dock inte exempelsamlingen eller X-tentor.

BETA Mathematics Handbook. Formelsamling i Signalbehandling. Räknedosa.

Fordringar: 24p, 32p respektive 40p räcker för betygen 3, 4 respektive 5.

1. a. Bestäm en lösning till differentialekvationen

$$xy' + (1 - x)y = e^x \quad [\text{ekv } 1]$$

för vilken $y(1) = 0$.

Ange också det största *intervall* i vilket lösningen är definierad. (7p)

- b. Finns det några lösningar till differentialekvationen [ekv 1] som är definierade för alla reella x ? Om ja, ange alla dessa. (1p)

2. Beräkna med hjälp av fouriertransformering faltningen $\frac{1}{a^2 + t^2} * \frac{1}{b^2 + t^2}$, då a och b är positiva konstanter.

Svaret får inte innehålla några integraler. (6p)

3. a. Beräkna den allmänna lösningen till följande system av differentialekvationer:

$$\begin{cases} x_1'(t) = -x_1(t) + x_2(t) + x_3(t), \\ x_2'(t) = -2x_2(t) + x_3(t), \\ x_3'(t) = -3x_3(t). \end{cases} \quad (7p)$$

- b. Bestäm den lösning för vilken $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = -2$ och $x_3(0) = 1$. (2p)

4. Låt $x(t) = \begin{cases} 1 - t^2, & \text{då } 0 < t \leq 1, \\ (1 + t)^2, & \text{då } -1 \leq t \leq 0, \\ 0, & \text{då } 1 < |t|. \end{cases}$

- a. Beräkna de generaliserade derivatorna $x'(t)$ och $x''(t)$. (5p)

- b. Bestäm, t.ex. med ledning av svaret i a-uppgiften, fouriertransformen till $x(t)$. (5p)

Var god vänd!

5. a. Den tidsdiskreta fouriertransformen (TDFFT:n) till följden $x_1[n]$ är

$$X_1(e^{j\omega}) = \begin{cases} -1, & \text{om } -\pi < \omega < -\pi/2, \\ 0, & \text{om } |\omega| < \pi/2 \\ 1, & \text{om } \pi/2 < \omega < \pi. \end{cases}$$

Bestäm $x_1[n]$. (5p)

- b. Den tidsdiskreta fouriertransformen till följden $x_2[n]$ är

$$X_2(e^{j\omega}) = \begin{cases} -2, & \text{om } -\pi < \omega < -\pi/2, \\ 1, & \text{om } |\omega| < \pi/2 \\ 2, & \text{om } \pi/2 < \omega < \pi. \end{cases}$$

Bestäm $x_2[n]$. (4p)

Svaren får inte innehålla integraler.

6. Signalen

$$x(t) = (3 + \sin \pi t) \cos(13\pi t + \pi/2),$$

där t mäts i sekunder, samplas med sampelfrekvensen $f_s = 10$ Hz.

Bestäm frekvenserna i den idealt rekonstruerade signalen, d.v.s den man får då sampelsignalen bearbetas med ett idealt lågpasfilter med bandbredd 5 Hz. (8p)

Ledning: Titta efter eventuella trigonometriska eller komplexa förenklingar.

Lycka till!