KTH Matematik

Kontrollskriving
5B1307 Linjär algebra g.k.
06 September, 2005
Lösning

Låt $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vara en linjär avbildning.
Låt $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ vara standard basen till $\mathbb{R}^3$ och låt $F(e_1) = (1, 0, 1), F(e_2) = (2, 1, 1)$, $F(e_3) = (-1, 1, -2)$.

(1) Bestäm $F(1, 3, -2)$.

$$[F] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Då är

$$F(1,3,-2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(2) F är inverterbar om och endast om $[F]$ är inverterbar. Eftersom är $\det([F]) = 0$ då INTE är $[F]$ inverterbar. Det följer att F inte är inverterbar.

(3) Är F injektiv (one-to-one)? Eftersom F är linjär är F injektiv om och endast om F är inverterbar. Från (2) följer det att F inte är injektiv.