

### Exempel på hypotesprövning

För ett antal år sedan blev det aktuellt med ett test av astrologi i samband med att det framlades en psykologuppsats (ungefär svarande mot ett examensarbete) i Lund som påstods visa att horoskop ger information om personligheten.

Därför anordnades följande test organiserat av astronomen Curt Roslund vid Chalmers. Man valde ut 15 dömda mördare och 15 sekreterare och astrologen fick tillgång till utseendet av stjärnhimlen då de 30 personerna föddes. Uppgiften bestod i att peka ut de 15 mördarna. Trots att astrologen (och hennes lärarinna) ansåg sig säkra på att kunna pricka in samtliga mördare gjordes överenskommelsen att 12 eller fler rätt skulle betraktas som ett uppseendeväckande bra resultat - i hypotesprövningsterminologi ett signifikant resultat.

Detta utgör ett enkelt (och illustrativt) exempel på hur hypotesprövning fungerar. Man kan först notera att bevisbördan ligger hos astrologen - det är hennes uppgift att övertyga omvärlden om att hon är bra på att avläsa personligheten med hjälp av horoskop och inte tvärtom.

Man ställer därför upp nollhypotesen  $H_0$ : hon bara gissar och vill testa denna mot alternativhypotesen  $H_1$ : icke- $H_0$ , dvs att det inte är så att hon bara gissar.

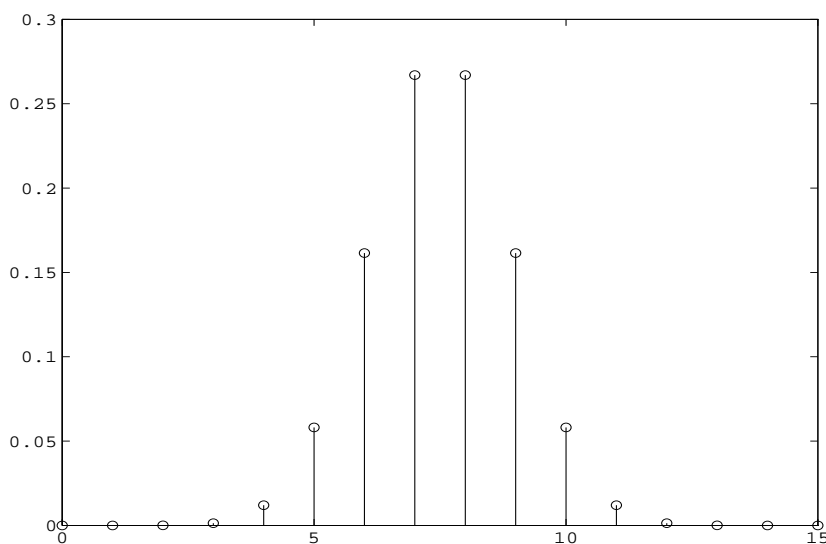
Astrologen visste alltså att precis 15 av stjärnhimlarna hörde ihop med mördare och skulle peka ut dessa. Om vi låter  $x_1, x_2, \dots, x_{15}$  beteckna hennes svar där vi låter

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{om utpekade stjärnhimmel nr } j \text{ hörde ihop med en mördare} \\ 0 & \text{annars} \end{cases} \quad \text{för } j = 1, 2, \dots, 15$$

så inser man att antalet rätt utpekade mördare är  $x = x_1 + x_2 + \dots + x_{15}$ . Vi låter  $x$  vara testvariabel - dvs mätaren på hur bra de är på att peka ut mördare. Vidare var det kritiska området  $C$  (dvs de värden där  $H_0$  förkastades)  $\{12, 13, 14, 15\}$ , dvs beslutsregeln var följande: Vi förkastar  $H_0$  om testvariabeln  $x \in C$ . I vardagliga ordalag alltså: Om de fick 12 eller fler rätt kunde det anses styrkt att stjärnhimlarna gav information om personen var en mördare eller ej. Man hisnar inför de kriminalpolitiska konsekvenserna av detta - varför inte låta astrologen granska stora delar av befolkningen och i preventivt syfte spärra in folk innan de hunnit mörda.

Om  $H_0$  är sann (dvs hon bara gissar) så är  $x$  ett utfall av  $X$  som är  $Hyp(30, 15, 1/2)$ , dvs då är situationen ekvivalent med att välja 15 kulor på måfå utan återläggning ur en urna med 15 vita och 15 (blod)röda kulor och notera antalet röda kulor i urvalet. Vi ser då att signifikansnivån dvs  $P(\text{förkasta } H_0 \text{ då } H_0 \text{ är sann}) = P(X \geq 12)$  där  $X$  är  $Hyp(30, 15, 1/2)$ . Vi vet att

$$P(X = k) = \frac{\binom{15}{k} \binom{15}{15-k}}{\binom{30}{15}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, 15$$



Man får då  $P(X \geq 12) \approx 1.4 \cdot 10^{-3}$  och detta var alltså (signifikans)nivån i hypotesprövningen.

Man kan här notera att även om de bara gissar så har de ändå sannolikheten  $1/\binom{30}{15} \approx 6.4 \cdot 10^{-9}$  att få 15 rätt. Vidare kan man notera att vi bara förkastar  $H_0$  om  $x$  är 'stor' - man kunde också ha gjort hypotesprövningen tvåsidig genom att också förkasta  $H_0$  om  $x$  var 'onormalt' liten, dvs detta skulle tyda på att det finns information i stjärnhimlens utseende, men att astrologerna fått allt om bakfoten.

Hur gick det då för astrologerna? Jo, de fick  $x = 9$ , dvs 9 rätt och misslyckades alltså. För övrigt gav de sig (naturligtvis) inte i och med detta utan Operation 'Bortförklaring' inledes. Man anförde följande:

- 1) För en av de missade mördarna var stjärnhimlen inte helt korrekt - man hade nämligen ett krav på att stjärnhimlen skulle vara korrekt inom  $\pm 15$  minuter sett från fördelseplatsen, och för denne mördare var felet 20 minuter. Denna mördare ville de räkna bort. Man kan undra om de skulle ha räknat bort korrekt utpekade mördare i samma situation?!
- 2) Man konstaterade (korrekt) att man fått 9 rätt vilket var mer än de 7.5 man skulle fått 'enligt slumpen' och tyckte man därför klarat sig bättre än slumpen tillåter. Ett snabbt ögonkast på fördelningen ovan visar det orimliga i detta resonemang.
- 3) "Vem vet om alla mördarna verkligen mördat? Kanske någon av sekreterarna bär på en hemsk hemlighet?"
- 4) Olyckligtvis var sekreterarna valda bland läkarsekreterare och astrologerna ansåg därför att dessa hade samband med 'ond bråd död' och att därför det varit svårt att skilja dem från mördarna.
- 5) Vi vill ha en chans till!