

Påstående: En Markovkedja som uppfyller $m_j^{(k)} = \inf_{i \in E} p_{ij}^{(k)} > 0$ är aperiodisk och har bara en sluten irreducibel delklass.

Bevis: Eftersom $p_{jj}^{(k)} > 0$ så kan man gå i k steg från j till j . Vi måste kunna gå till något tillstånd i_0 (möjligen j själv) från j i ett steg. Eftersom $p_{i_0j}^{(k)} > 0$ kan vi gå i k steg från i_0 till j . Detta innebär att vi kan gå från j till j i både k och $k+1$ steg, vilket medför att perioden för j är 1, dvs j är aperiodiskt.

Vidare finns det en (minimal) sluten delklass K som innehåller j nämligen $K = \{i : j \rightarrow i\}$ - K är helt enkelt alla tillstånd som kan nås från j . Denna måste (genom sin konstruktion) vara sluten för om den inte vore det skulle det finnas tillstånd $i_1 \in K$ och $i_2 \notin K$ sådana att $i_1 \rightarrow i_2$. Eftersom $j \rightarrow i_1$ och $i_1 \rightarrow i_2$ så gäller också $j \rightarrow i_2$, men då ligger i_2 i K .

K är också irreducibel. Detta följer av att om i_1 och i_2 ligger i K så gäller att $j \rightarrow i_1$ och $j \rightarrow i_2$, men vi har också $i_1 \rightarrow j$ ty $p_{i_1j}^{(k)} > 0$ och på samma sätt $i_2 \rightarrow j$. Alltså gäller att $j \rightarrow i_1 \rightarrow j \rightarrow i_2 \rightarrow j$ och alltså $i_1 \leftrightarrow i_2$, dvs K är irreducibel.

Det kan inte heller finnas någon annan sluten delklass K' som inte innehåller j ty alla element i i en sådan K' leder till j p g a att $p_{ij}^{(k)} > 0$ för alla i .