

KONTROLLSKRIVNING I SF1902 SANNOLIKHETSTEORI OCH STATISTIK
TORSDAGEN DEN 23:E APRIL 2015 KL 8.15–10.00.

Kursledare och examinator : Björn-Olof Skytt

Tillåtna hjälpmedel: miniräknare, lathund till statistikfunktioner på Texas Instruments-räknare (TI-82 Stats och högre) utan egna tillägg, formelsamlingen utan egna tillägg.

Svara med minst 3 signifikanta siffrors noggrannhet! Ange endast svaret. Inga uträkningar skall lämnas in!! För godkänt krävs 3 av 5 uppgifter rätt besvarade. Den som får godkänt får tillgodoräkna sig första uppgiften på tentamen 9/6 2015. Resultatet tillgodoräknas endast på förstagångstentamen 9/6 2015.

Efternamn:

Förnamn:

Personnummer:

Uppgift 1

Vi gör ett kast med 5 vanliga tärningar. Vad är sannoliketen för att vi får ett fyrtal? *Svar*: 0.0193

Uppgift 2

Händelserna A och B är disjunkta. $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.2$. Beräkna $P(B^*|A \cup B)$. (B^* betyder komplementet till B .) *Svar*: 0.750

Uppgift 3

En stokastisk variabel X har Fördelningsfunktionen

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{för } x < 0 \\ x^2/25 & \text{för } 0 < x < 5 \\ 1 & \text{för } x > 5 \end{cases}$$

Beräkna $P(X > 3)$. *Svar*: 0.640

Uppgift 4

En stokastisk variabel X har täthetsfunktionen

$$f_X(x) = \begin{cases} x/8 & \text{för } 0 < x < 4 \\ 0 & \text{f. ö} \end{cases}$$

Beräkna $V(X)$. *Svar*: 0.889

Uppgift 5

De stokastiska variablerna X och Y är oberoende. $D(X)=3$ och $D(Y)=2$. Beräkna $D(5X-3Y+2)$. *Svar*: 16.155

LÖSNINGSFÖRSLAG

Uppgift 1

Vilken siffra som ska komma upp 4 gånger kan väljas på 6 sätt. Vilken siffra som ska komma upp en gång kan då väljas på 5 sätt, och den tärning som denna siffra kan hamna på kan väljas på 5 sätt. Antal gynnsamma fall blir då $6 \cdot 5 \cdot 5$. Antal möjliga är 6^5 .

Den sökta sannolikheten blir alltså

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{6^5} = 0.0193$$

En alternativ lösning är att först räkna ut sannolikheten för fyrtal i t.ex. ettor. Låt X vara antalet ettor som kommer upp. Då gäller att

$$X \in \text{Bin}\left(5, \frac{1}{6}\right)$$

Då blir

$$p_X(4) = \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{5-4} = \frac{5 \cdot 5}{6^5}$$

Multiplicera nu detta resultat med 6 så fås svaret ovan.

Uppgift 2

$$P(B^* | A \cup B) = \frac{P(B^* \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)}.$$

Eftersom A och B är disjunkta blir $P(B^* \cap (A \cup B)) = P(A)$ och $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Således blir

$$P(B^* | A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A) + P(B)} = \frac{0.6}{0.6 + 0.2} = 0.750.$$

Uppgift 3

$$P(X > 3) = F_X(5) - F_X(3) = \frac{5^2}{25} - \frac{3^2}{25} = 0.640$$

Uppgift 4

$$E(X) = \int_0^4 x \cdot f_X(x) dx = \int_0^4 \frac{x^2}{8} dx = \left[\frac{x^3}{24} \right]_0^4 = \frac{8}{3}$$

$$E(X^2) = \int_0^4 x^2 \cdot f_X(x) dx = \int_0^4 \frac{x^3}{8} dx = \left[\frac{x^4}{32} \right]_0^4 = 8$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 8 - \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} = 0.889$$

Uppgift 5

$$V(5 \cdot X - 3 \cdot Y + 2) = V(5 \cdot X - 3 \cdot Y) = 25 \cdot V(X) + 9 \cdot V(Y) = 25 \cdot 3^2 + 9 \cdot 2^2 = (25 + 4) \cdot 9$$

$$D(5 \cdot X - 3 \cdot Y + 2) = 3 \cdot \sqrt{29} = 16.155$$