Forelæsning

13

Kap 13

Hypotesprövning

Den hypotes man vill testa om den ska förkastas eller ej kallas nollhypotesen H_0
Mothypotesen kallas H_1
risknivån = signifikansnivån = α (väljs på förhand)
α är den högsta risken vi är villiga att ta att förkasta H_0 om H_0 är sann
D.v.s om P(förkasta H_0) om H_0 är sann $< \alpha$
så förkastar vi H_0 ~~[illegible]~~ på risknivån α. (annars inte)

p-värdet = P(förkasta H_0) under förutsättningen att H_0 är sann givet att vi fått ett visst värde på testvariabeln = observationen

Styrkefunktionen = $h(\theta)$ = (se s 144 i F.S.) = P(förkasta H_0) om θ är rätt parametervärde

Styrkan hos testet $\overset{\text{för } \theta=\theta_1}{\text{är}}$ P(förkasta $H_0: \theta = \theta_0$) om $H_1: \theta = \theta_1$ är sann

~~[illegible] styrka hos testet för [illegible]~~

(Vi har gjort sett två sätt att göra hypotestest: konfidens-intervall eller p-värdes metoden)

ex 13.1 En person påstår att den har förutse om det blir krona eller klave. Vi gör ett test, singlar slanten n ggr och vet att $p = \frac{1}{2}$ = slh för rätt svar om man gissar.
Om X är antalet rätta svar $\Rightarrow X \in Bin(n, \frac{1}{2})$

H_0: personen gissar $\Leftrightarrow p = \frac{1}{2}$

Vi låter personen utföra 12 försök och antar att H_0 gäller

~~dvs~~

$P(X \geq 12) = 0.00024$

$P(X \geq 11) = 0.00317$

$P(X \geq 10) = 0.01929$

$P(X \geq 9) = 0.07300$

Om vi har bestämt oss för att risknivån skall vara 5% d.v.s $P(\text{förkasta } H_0)$ om H_0 sann $\leq \alpha$

så väljer vi som kriterium att personen ska få rätt minst 10 ggr för att vi ska förkasta H_0 på risknivån 5%

$P(\text{förkasta att personen gissar})$ om den gissar

$= 0,01929 = p\text{-värdet} < \alpha = 0.05$

Då förkastar vi att personen gissar på 5%-nivån men vi kan inte göra det på 1%-nivån ty p-värdet > 0.01

$$\left(\begin{array}{lll} \alpha = 0.05 & \text{signifikant}^{*} & P(X \geq 10) \\ \alpha = 0.01 & \text{signifikant}^{**} & P(X \geq 11) \\ \alpha = 0.001 & \text{signifikant}^{***} & P(X = 12) \end{array}\right)$$

~~i vårt exempel är~~

~~Allmänt~~ testvariabeln är vår observation $= t_{obs}$

C är kritiskt område

om $t_{obs} \in C$ förkastas H_0

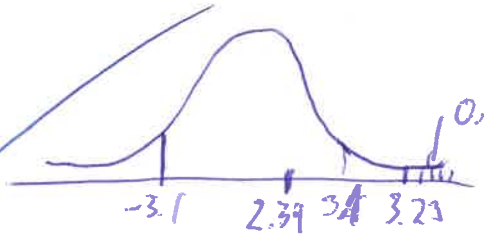
$t_{obs} \notin C$ förkastas ej H_0

i vårt fall var ~~t_{obs} = ...~~ $C: 10 \leq X \leq 12$

och t_{obs} antal gånger personen faktiskt gissar rätt

Vi har fått fram de

att $\left|\frac{16.51-17.0}{0.159}\right| = 3.1$



Men skall nu jämföras med 2.39 och 3.23

$t_{0.01}$ $t_{0.001}$

$\boxed{\left|\frac{16.51-16}{0.159}\right| = 3.2}$

~~0,01 < p-värdet <~~ $0.001 < p\text{-värdet} < 0.01$

p-värdet är nu $P[T \geq 3.1]$

$= 0,0015$

Styrke-funktionen:

Styrkan hos testet $= P(\text{förkasta } H_0)$ om H_1 sann

ex 13.4

~~[illegible]~~ förkastar vi H_0 = att personen gissar $X \in Bin(n, p)$

om $X \geq 10$ ~~$X \in Bin(12, \frac{1}{2})$~~ $H_1: p = \frac{9}{10}$

Styrkan blir $P(X \geq 10)$ om $p = \frac{9}{10}$

$= P(X \geq 10)$ om $X \in Bin(12, \frac{9}{10})$

~~P-värdet~~

$$h(0.9) = P(X \geq 10) = \sum_{i=10}^{12} \binom{12}{i} \left(\frac{9}{10}\right)^i \left(\frac{1}{10}\right)^{12-i} = 0.89$$

Allmänt Styrkefunktionen $= h(\theta) = P(\text{förkasta } H_0)$ om θ är rätt parametervärde

i exemplet $h(p) = h(0.9) = \sum_{i=10}^{12} \binom{12}{i} p^i (1-p)^{12-i}$

~~gör om exempel 13.9~~

Konfidensintervallmetoden

ex 13.8: Anta X_i:na ober och $N(\mu, \sigma)$ ③

$H_0: \mu = 17.0 \qquad H_1: \mu \neq 17.0$

Vi gör 60 mätningar och får $\bar{X} = 16.51$ och $\frac{s}{\sqrt{n}} = 0{,}159$

Vi bildar ett tvåsidigt konf-int för μ när σ okänt m.h.a. §12.2 i F.S. $\Rightarrow I_\mu = \bar{x} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

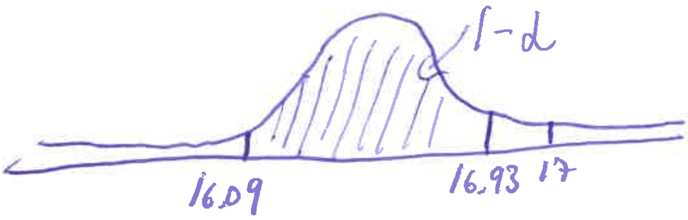
om risknivån är 1 % fås $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{0.005}(59) = 2.66$

om risknivån är 0.1 % fås $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{0.0005}(59) = 3.46$

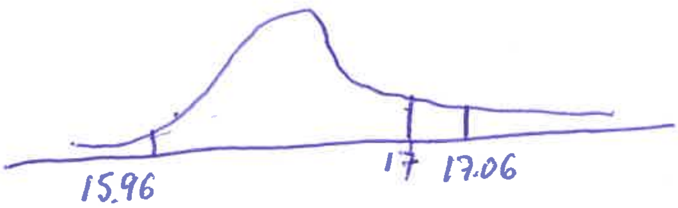
1 % : $I_\mu = 16.51 \pm 0.42$ $\quad 17 \notin I_\mu$ Förkasta H_0 på nivån 1 %

0.1 % : $I_\mu = 16.51 \pm 0.55$ $\quad 17 \in I_\mu$ Förkasta ej H_0 på nivån 0.1 %

1 %



0.1 %



1 % $\quad \alpha$ = 2 x arean till höger om 16.93
p-värdet är 2 x arean till höger om 17
p-värdet $\leq \alpha \Rightarrow$ Förkasta H_0

0.1 % $\quad \alpha$ = 2 x arean till höger om 17.06
p-värdet är 2 x arean till höger om 17
p-värdet $> \alpha \Rightarrow$ Förkasta ej H_0

Testvariabelmetoden

Bilda $Y = \dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \in t(n-1)$ se §11

Är skillnaden mellan uppmätt värde $\bar{x}$ och teoretiskt värde μ stor eller liten?

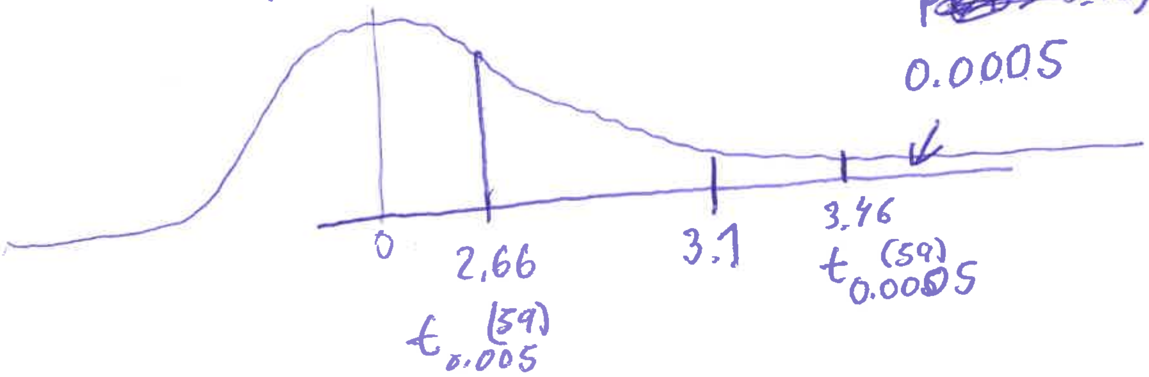
Tvåsidigt test

jfr $\left|\dfrac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}\right|$ med $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

testvariabeln

$t_{obs} = \left|\dfrac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}\right| = \dfrac{16.51-17}{0.159} = 3.1$

~~P(Y > 3.46) = 0.0005~~



$P(Y>3.46) = 0.0005$ ~~P(Y > 3.46) = 0.0005~~

$P(Y>2.66) = 0.005$

$P(Y>3.1) =$ dator $= 0.0015$

$3.1 < t^{(59)}_{0.0005} = 3.46 \Rightarrow$ Förkasta ej H_0 på 0.1%-nivå

$3.1 > t^{(59)}_{0.005} = 2.66 \Rightarrow$ Förkasta H_0 på 1%-nivån

P(förkasta H_0) om H_0 sann $< \alpha \Rightarrow$ Förkasta H_0

P(förkasta H_0) om H_0 sann $> \alpha \Rightarrow$ Förkasta ej H_0

p-värdet är här $2 \cdot P(Y > 3.1) =$ [dator] $=$ ~~0.0030~~ 0.00301
$= 0.003 = 0.30\%$

Dvs vi kan förkasta H_0 på 1%-nivån men ej på 0.1%-nivån