Föreläsning 15

1

χ^2-test ~~[illegible]~~ Test av given fördelning
Homogenitetstest
Obertest

Test av given fördelning används när nollhypotesen är att vi har en viss sannolikhetsfunktion d.v.s $H_0: P(A_1)=p_1, P(A_2)=p_2 \ldots$

Gå in i §14.3

$$Q_{obs} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i}$$

om Q stort förkastas H_0 på risknivå α

När är Q stort? Jo då $Q_{obs} > \chi^2_\alpha(f)$

Liten bakgrund till Q vi kan skriva

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - np_i}{\sqrt{np_i}}\right)^2$$ vilket är en

summa av X_i^2 där X_i approximativt $N(0,1)$

alltså är Q approximativt χ^2-fördelad

jfr §10

Villkor för approximationen är att alla $np_i \geq 5$
och skall alltid hållas

Gör jan tentan 2019 uppg 15

Gör utförligare version av ex 13.18 än i boken

②

Homogenitetstest används när

nollhypotesen är att vi har

sanma sannolikhetsfunktion i alla grupper

Gå in i f.s. 3

$$Q = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} \frac{\left(x_{ij} - \frac{n_i m_j}{N}\right)^2}{\frac{n_i m_j}{N}}$$

om $Q > \chi^2_\alpha (r-1)(s-1)$ förkastas H_0

Villkor: kolla att alla $\frac{n_i m_j}{N} \geq 5$ se F.S.

~~Gör utförligare version av ex 13.18~~

~~än i boken~~

Gör aug tentan 2018 uppg 5

Oberoende test

Om vi vill undersöka om två egenskaper A och B är ober där A ~~har r utfall och B s utfall~~ har ha utfallen $A_1, A_2 \ldots A_r$ och B har har utfallen $B_1, B_2 \ldots B_s$ gör man oberoendetest. Det går numeriskt till på identiskt samma sätt som Homogenitetstest.

Fast här med H_0: egenskaperna är ober

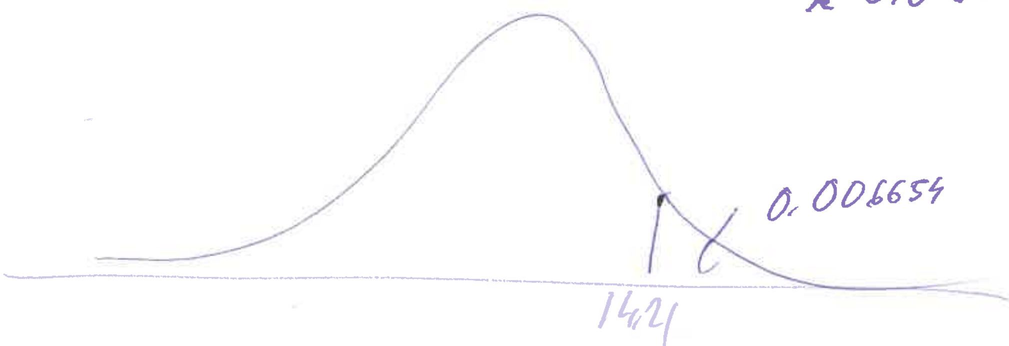
~~Gör Septemberkentan 2017 uppg 5~~

Gör jan kentan 2017 uppg 5

p-värdet = 2nd distr $\chi^2_{cdf}(14.21, 10^{99}, 4) = 0.006654$

$= 66.54 \cdot 10^{-2}$

$\approx 0{,}6 - 0.7\ \%$



ex 13.8 sid 344 $\quad Y$ = antalet döda i rapporten

$$H_0: Y \in Po\text{-fördeln} \Leftrightarrow H_0: Y \in Po(\mu)$$

$\Rightarrow$ Test av given fördelning $\Rightarrow$ §14.3

$$Q = \sum \frac{(x_i - np_i)^2}{np_j} \qquad n = 14 \cdot 20 = 280$$

A_1 – 0 döda $\quad A_2$ – 1 död $\quad A_3$ – 2 döda

A_4 = 3 döda $\quad A_5$ – 4 döda $\quad A_6$ – ≥ 5 döda $\qquad r = 6$

$x_1 = 144 \quad x_2 = 91 \quad x_3 = 32 \quad x_4 = 11 \quad x_5 = 2 \quad x_6 = 0$

$p_Y(k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$ $\quad \mu$ måste skattas

Om $Y \in Po(\mu)$ gäller att $E(Y) = \mu \Rightarrow \mu^*_{obs} = \bar{Y} =$

$$= \frac{144 \cdot 0 + 91 \cdot 1 + 32 \cdot 2 + 11 \cdot 3 + 2 \cdot 4}{280} = 0.7$$

$$np^*_{1\,obs} = 280 \cdot p_{Y\,obs}(0) = 280 \frac{\mu^0}{0!} e^{-\mu^*_{obs}} = 280 \cdot e^{-0.7} = 139.0$$

$$np^*_{2\,obs} = 280 \cdot \frac{\mu^{*\,1}_{obs}}{1!} e^{-\mu^*_{obs}} = 280 \cdot 0.7 \cdot e^{-0.7} = 97.3$$

$$np^*_{3\,obs} = 280 \cdot \frac{\mu^{*\,2}_{obs}}{2!} e^{-\mu^*_{obs}} = 280 \cdot \frac{0.7^2}{2!} e^{-0.7} = 34.1$$

$$np^*_{4\,obs} = 280 \cdot \frac{0.7^3}{3!} e^{-\mu^*_{obs}} = 7.95$$

$$\left.\begin{aligned} np^*_{5\,obs} &= 280 \cdot \frac{0.7^4}{4!} e^{-0.7} = 1.39 \\ np^*_{6\,obs} &= n\left[1 - \sum_{i=1}^{5} p^*_{i\,obs}\right] = 0.26 \end{aligned}\right\} < 5 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Slå ihop resultat 4–6 $\Rightarrow np^*_{4-6\,obs} = 9.6$

$\Rightarrow$ Vi har nu A_1 – 0 döda $\quad A_2$ – 1 död

A_3 – 2 döda $\quad A_4$ – ≥ 3 döda

$r = 4$

$X_1 = 144 \quad X_2 = 91 \quad X_3 = 32 \quad X_4 = 11 + 2 + 0 = 13$

$np^*_{1obs} = 139.0 \quad np^*_{2obs} = 97.3$

$np^*_{3obs} = 34.1 \quad np^*_{4obs} = 9.6$

Nu har vi $Q' = \sum_{j=1}^{4} \frac{(np^*_{jobs} - X_i)^2}{np^*_{iobs}} = \ldots = 1.95$

Skall jämföras med $\chi^2_\alpha(r-h-1)$

$\alpha = 0.05$ enl uppg $\qquad r = 4$ efter resultaten slagits ihop

$h =$ är antalet parametrar vi skattat för att skatt p^*_{iobs} a sina vi skattade μ $\Rightarrow h = 1$

$\therefore \chi^2_\alpha(r-h-1) = \chi^2_{0,05}(4-1-1) = [\text{tab 4}] = 5.99$

$Q < 5.99 \Rightarrow H_0$ kan ej förkastas