

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig lösning och motivering. Observera att redundant information kan förekomma i uppgifterna. Formler som finns i den del av kurslitteraturen (bok, kompendium och ”supplement”) som ingår i kursen får naturligtvis användas utan bevis, med lämplig hänvisning, om inte annat sägs i uppgiften.

Några användbara formler:

- Om $X = ae^{sz}$ där $z \in N(0, 1)$ och a , s och K är konstanter, så gäller

$$E[\max(X - K, 0)] = E[X]\Phi(d_1) - K\Phi(d_2)$$

och

$$E[\max(K - X, 0)] = K\Phi(-d_2) - E[X]\Phi(-d_1)$$

$$\text{där } d_1 = \frac{1}{s} \ln(E[X]/K) + \frac{s}{2}, \quad d_2 = d_1 - s$$

Här är Φ standard normalfördelningen; se bifogad tabell.

1. Ett företag vill skriva ett kontrakt med en bank där företaget får 100 000 euro om ett år, och återbetalar lånet med K svenska kronor ett år senare, dvs. om två år. Värdet på K skall bestämmas idag.

Bestäm det arbitragefria värdet på K då kronans ettårsränta är 3%, tvåårsräntan 3.5%, medan ettåriga euroräntan är 4% och tvååriga 4%.

Dagens växelkurs är att en euro kostar 9.20 kronor.

(10p)

2. En aktie kostar idag 160 kronor och ger om tre månader utdelning på 10 kronor. Aktiens volatilitet är 30% (räknat på ett år) och räntan är 5% per år.

a) Bestäm (med Blacks modell) priset på en europeisk köpoption på aktien med inlösenpriset 152 kronor om åtta månader.

(5p)

b) Bestäm (med ett binomialträd med tidssteget två månader) priset på en amerikansk köpoption på aktien med inlösenpriset 152 kronor om åtta månader.

(5p)

3. En portfölj består av en obligation som ger utdelningen 1 000 kronor om ett år och inlöses till 201 000 kronor om två år, samt ett terminskontrakt som inlöses om ett år (lång futures) på en (idag) treårig nollkupong med inlösenvärdet 100 000 kronor. Ettårsräntan är 6%, tvåårsräntan 7% och treårsräntan 7.5% per år med kontinuerlig förräntning.

Bestäm portföljens duration. [Det kan vara värt att notera att uttrycket som bestämmer obligationens yield y är ett andragrads-uttryck i e^{-y} .]

(10p)

4. Priset på rostat kaffe om ett år har ett förväntat värde på 7 USD per kilo och en standardavvikelse på 30%. Vi skall om ett år köpa 500 kilo, och vill hedga den utgiften genom att ta en lång position på ett antal, n , bushels kaffeböner. Terminspriset för närvarande på kaffeböner för leverans om ett år är 5 USD per bushel. Spotpriset om ett år är givetvis stokastiskt, och antas ha standardavvikelsen 20% av dagens terminspris. Korrelationskoefficienten mellan spotpriserna om ett år på rostat kaffe respektive kaffeböner anser vi vara 0.85. (Vi känner inte sambandet mellan kilo och bushels för kaffe.)

Bestäm antalet n (antalet bushel i terminskontraktet) så att standardavvikelsen för den hedgade positionen blir så liten som möjligt. Bestäm också standardavvikelsen (i USD) för den hedgade positionen (nettoutgiften om ett år.) (10p)

5. Terminspriset på soyaböner för leverans om nio månader är 5.5 USD per bushel. Terminspriset anses ha en volatilitet på 30% (räknat på ett år.)

Bestäm (nu-)priset på ett kontrakt som ger 100 USD om spotpriset på soyaböner om nio månader överstiger 5.9925 USD per bushel. Räntan är 4% per år. (10p)

6. Räntan ett år framåt i tiden (alla räntor är med kontinuerlig förräntning) är 6% per år. Räntan om ett år, ett år framåt i tiden (dvs. från ett år från nu till två år från nu) är stokastisk sedd från idag. Vi anser att den är

$$r_{1,2} = (6 + z)\%$$

där z är normalfördelad $N(0,1)$ (dvs. väntevärde = 0, varians = 1) med avseende på forwardmättet med inlösentid om två år.

a) Bestäm tvååriga nollkupongsräntan *exakt*. (5p)

b) Om vi i stället antar att z är normalfördelad $N(0,1)$ med avseende på futuresmättet (ekvivalenta martingalmättet, "the traditional risk neutral world",) vad är då tvååriga nollkupongsräntan *exakt*? (5p)