

LÖSNINGSPRINCIPER KONTROLLKRIVNING 1, REPETITIONSKURS 2006

a) Sökt: $P(K_1 \cup K_2) = P(K_1) + P(K_2) - P(K_1 \cap K_2)$

Enligt definitionen av betingad sannolikhet är $P(K_1 \cap K_2) = P(K_1)P(K_2 | K_1)$. Insättning av värden ger sökt sannolikhet.

b) Sökt: $P(K_1 | K_2) = \frac{P(K_1 \cap K_2)}{P(K_2)}$. Sätt in värden.

c) Sökt $P(K_1 | K_2^*) = \frac{P(K_1 \cap K_2^*)}{P(K_2^*)}$. $P(K_2^*) = 1 - P(K_2)$ och $P(K_1 \cap K_2^*) = P(K_1) - P(K_1 \cap K_2)$ (rita Venndiagram!). Insättning av värden ger lösning.

d) Låt A vara händelsen att svit A är bokad o.s.v. Vi söker

$P(A \cap B \cap C) = (\text{oberoendet}) = P(A)P(B)P(C)$. Sätt in siffror.

e) Vi söker $P((A \cap B \cap C^*) \cup (A \cap B^* \cap C) \cup (A^* \cap B \cap C)) = P(A \cap B \cap C^*) + P(A \cap B^* \cap C) + P(A^* \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C^*) + P(A)P(B^*)P(C) + P(A^*)P(B)P(C)$. Insättning ger svaret om man beaktar att $P(A^*) = 1 - P(A)$ och motsvarande.

f) Låt X vara antal veckor A är bokad. Då är $X \in \text{Bin}(5, p)$ där p är sannolikhet A är bokad en viss vecka (given). Då fås

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} p^3 (1-p)^2 = 10 \cdot p^3 (1-p)^2$$

Insättning av p -värde ger svaret.

g) $X_1 + X_2 \in \text{Po}(\mu_1 + \mu_2)$ om $X_1 \in \text{Po}(\mu_1)$ och $X_2 \in \text{Po}(\mu_2)$. Vi får

$$P(X_1 + X_2 = k) = P(X_1 \leq k) - P(X_1 + X_2 \leq k - 1).$$

Sannolikheterna till höger kan fås i poisson-tabellen. Gå in på $\mu = \mu_1 + \mu_2$.

h) Om X är exponentialfördelad med väntevärde μ är, se formelsamling. täthetsfunktionen $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ med $\lambda = 1/\mu$. Det ger

$$P(X \geq a) = \int_a^\infty f(x) dx = [e^{-\lambda x}]_a^\infty = e^{-\lambda a}.$$

Insättning av värden ger svaret.

i) Se kursboken eller problemsamlingen för liknande uppgifter.