



Avd. Matematisk statistik

KTH Matematik

KONTROLLSKRIVNING I SF1910,SF1925/SF1917,SF1919
TILLÄMPAD STATISTIK/SANNOLIKHETSTEORI OCH STATISTIK
TORSDAG 20 NOVEMBER 2025 KL 08.00–10.00.

Tillåtna hjälpmedel: miniräknare.

Svara med minst tre värdesiffrors noggrannhet på den bifogade svarsblanketten! Endast den bifogade svarsblanketten kommer att rättas.

För godkänt krävs att minst tre av fem uppgifter är korrekt besvarade.

Uppgift 1

5 kvinnor och 4 män som ska sitta vid ett runt bord med 9 platser placeras slumpvis. Vad är sannolikheten att ingen man sitter bredvid en annan man?

Uppgift 2

Händelserna A och C är disjunkta och händelserna B och C är oberoende.

$P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$, $P(B|A) = 0.1$ och $P(C^*|B) = 0.7$.

(C^* är komplementet till C .)

Beräkna $P(A \cup B \cup C)$.

Uppgift 3

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2} & \text{om } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Beräkna $P(X^2 < 3)$

Var god vänd

Uppgift 4

De diskreta stokastiska variablerna X och Y har den simultana sannolikhetsfunktionen

$p_{X,Y}(x,y)$	$x = 1$	$x = 2$
$y = 1$	0.2	0.1
$y = 2$	0.3	0.4

Således antar X värdena 1 och 2, medan Y antar värdena 1 och 2.

Beräkna variansen $V(X + Y)$.

Uppgift 5

$X \in N(8, 3)$. Dvs. X är Normalfördelad med väntevärdet $E(X) = 8$ och standardavvikelsen $D(X) = 3$.

Bestäm a så att $P(X > a) = 0.99$

Ledning: Om $X \in N(\mu, \sigma)$ så gäller att $Y = \frac{X-\mu}{\sigma} \in N(0, 1)$. Tabell 1 och Tabell 2 finns på baksidan av svarsblanketten.

Lycka till!

Lösningsförslag**Uppgift 1**

Ett gynnsamt fall måste vara ett fall där kvinnorna sitter på varannan plats utom på ett ställe där de sitter två brevid varandra. Då finns det 9 gynnsamma fall: (1,2), (2,3).....,(9,1).

Antal möjliga fall är antal sätt att placera 4 män på 9 platser = $\binom{9}{4}$

$$P(\text{Ingen man sitter bredvid en annan man}) = \frac{9}{\binom{9}{4}} = \frac{9}{\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = 0.0714$$

Uppgift 2

Eftersom A och C är disjunkta så blir $P(A \cup B \cup C) = P(A \cap B^*) + P(B) + P(C \cap B^*)$.

$$P(A \cap B^*) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(B|A)P(A) = 0.4 - 0.1 \cdot 0.4 = 0.36$$

$$P(B) = 0.2$$

$$P(C \cap B^*) = P(C|B^*)P(B^*) = [B \text{ och } C \text{ är oberoende}] = P(C)P(B^*) = P(C|B)P(B^*) = 0.3 \cdot 0.8 = 0.24$$

$$\text{Alltså: } P(A \cup B \cup C) = 0.36 + 0.2 + 0.24 = 0.8$$

Uppgift 3

$$P(X^2 < 3) = P(X < \sqrt{3}) = \int_{-\infty}^{\sqrt{3}} f_X(x) dx = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{2}{x^2} dx = \left[\frac{-2}{x} \right]_1^{\sqrt{3}} = 2 - \frac{2}{\sqrt{3}} = 0.845$$

Uppgift 4

Bilda först den stokastiska variabeln $Z = X + Y$

Då fås sannolikhetsfunktionen $p_Z(2) = 0.2, p_Z(3) = 0.4, p_Z(4) = 0.4$

$$V(Z) = E(Z^2) - E^2(Z)$$

$$E(Z) = \sum_{i=1}^n k p_Z(k) = 2p_Z(2) + 3p_Z(3) + 4p_Z(4) = 2 \cdot 0.2 + 3 \cdot 0.4 + 4 \cdot 0.4 = 3.2$$

$$E(Z^2) = \sum_{i=1}^n k^2 p_Z(k) = 4p_Z(2) + 9p_Z(3) + 16p_Z(4) = 4 \cdot 0.2 + 9 \cdot 0.4 + 16 \cdot 0.4 = 10.8$$

$$\text{Således blir } V(Z) = 10.8 - 3.2^2 = 0.56$$

Uppgift 5

$$P(X > a) = 0.99 \Leftrightarrow P\left(\frac{X - 8}{3} > \frac{a - 8}{3}\right) = 0.99$$

$$Y = \frac{X - 8}{3} \in N(0, 1) \Rightarrow P\left(Y > \frac{a - 8}{3}\right) = 0.99$$

$$\text{Använd symmetri i tab 2} \Rightarrow P\left(Y > \frac{8 - a}{3}\right) = 0.01$$

$$\Rightarrow \frac{8 - a}{3} = \lambda_{0.01} = 2.3263 \Rightarrow a = 8 - 3 \cdot 2.3263 = 1.02$$