

KONTROLLSKRIVNING I SF1911 STATISTIK FÖR BIOTEKNIK3, ONSDAG DEN 22:a NOVEMBER 2017 KL 08.00–10.00

Tillåtna hjälpmedel: miniräknare

Svara med minst 3 signifikanta siffrors noggrannhet! Ange endast svaret på den streckade linjen. Inga uträkningar skall lämnas in!! Det finns sex uppgifter. För 2 bonuspoäng i tentan krävs minst 11 poäng. För 1 bonuspoäng i tentan krävs 7-10 poäng. Resultatet tillgodoräknas endast på förstagångstentamen 08-01-2018 och på omtentan XX-XY-2018.

Efternamn:

Förnamn:

Personnummer:

Uppgift 1

Betrakta de femton datapunkterna

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 14 \quad x_3 = 8 \quad x_4 = 15 \quad x_5 = 14 \quad x_6 = 12 \quad x_7 = 19 \quad x_8 = 13$$

$$x_9 = 1 \quad x_{10} = 7 \quad x_{11} = 9 \quad x_{12} = 6 \quad x_{13} = 4 \quad x_{14} = 17 \quad x_{15} = 5$$

a) Vad är medianen för dessa data ? (2 p)

b) Vad är variationsbredden för dessa data ? (1 p)

Svar a): 9 Svar b): 18

Uppgift 2

Den stokastiska variabeln X har täthetsfunktionen

$$f_X(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Bestäm $P(X \geq 0.5)$. (2 p)

Svar: 1/4

Uppgift 3

Den stokastiska variabeln X har täthetsfunktionen

$$f_X(x) = \begin{cases} x/2 & \text{för } 0 < x < 2, \\ 0 & \text{f. ö} \end{cases}$$

a) Beräkna $E(X)$. (1 p)

b) Beräkna $\text{Var}(X)$. (2 p)

Svar a): $\frac{4}{3}$ Svar b): $\frac{2}{9}$

För uppgifterna 4, 5 och 6, vänd v.s.v. →

Uppgift 4

De oberoende stokastiska variablerna X och Y har väntevärdena $E(X) = E(Y) = 1$ samt standardavvikelserna $D(X) = 4$ och $D(Y) = 2$.

a) Beräkna väntevärdet för $X - 3Y - 12$. (1 p)

b) Beräkna variansen för $X - 3Y - 12$. (1 p)

Svar a): -14 Svar b): 52

Uppgift 5

Reaktionstid är den minsta tid som förflyter mellan stimulus och respons. Tabellen nedan ger de aritmetiska medelvärdena och standardavvikelserna för reaktionstiderna (sek) för vart och ett av två olika stimuli i ett reaktionstidsförsök.

	Stimulus 1	Stimulus 2
Medelvärde $\bar{x}$	6.0	3.6
standardavvikelse s	1.2	0.8

Din egen reaktionstid för Stimulus 1 är 4.2 sek och 1.8 sek för Stimulus 2.

a) Beräkna z_1 (z-score eller standardpoäng) för din reaktionstid för Stimulus 1, och beräkna z_2 (z-score eller standardpoäng) för din reaktionstid för Stimulus 2. (1 p)

b) På vilket stimulus reagerar Du relativt sett snabbare på? (1 p)

Svar a): $z_1 =$ -1.5 $z_2 =$ -2.25 Svar b): Stimulus 1

Uppgift 6

En stokastisk variabel X har fördelningsfunktionen

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x} & \text{för } 0 \leq x, \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Betrakta händelserna $A = \{X > 1\}$ och $B = \{X > 2\}$.

a) Beräkna $P(A \cap B)$. (1 p)

b) Beräkna $P(B \mid A)$. (1 p)

c) Är A och B oberoende? (1 p)

OBS! Svaren på a) och b) får innehålla exponentialfunktionen, ifall Din miniräknare inte kan beräkna numeriska värden på den funktionen.

Svar a): $e^{-4} = 0.018$ Svar b): $e^{-2} = 0.135$ Svar c): Nej



Avd. Matematisk statistik

KTH Matematik

a) Sortering i storleksordning ger

1 2 4 5 6 7 8 $\downarrow$ 9 12 13 14 14 15 17 19

vilket visar att medianen = 9, ty lika många är mindre och större än 9.

Svar: Medianen = 9

b) Variationsbredden = Max – Min = 19 – 1 = 18.

Uppgift 2

$$\begin{aligned} P(X \geq 0.5) &= 1 - P(X < 0.5) = 1 - P(X \leq 0.5) = 1 - \int_0^{0.5} 2(1-x)dx \\ &= 1 - 2 \int_0^{0.5} dx + 2 \int_0^{0.5} x dx = 1 - 2x \Big|_0^{0.5} + 2 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0.5} \\ &= 1 - 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Svar: $P(X \geq 0.5) = \frac{1}{4}$.

Uppgift 3

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2.$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_0^2 x \frac{1}{2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{1}{2} \frac{2^3}{3} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}. \\ E(X^2) &= \int_0^2 x^2 \frac{1}{2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^2 x^3 dx = \frac{1}{2} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^2 = \frac{2^3}{4} = 2. \end{aligned}$$

Således

$$\text{Var}(X) = 2 - \left(\frac{4}{3} \right)^2 = 2 - \frac{16}{9} = \frac{18 - 16}{9} = \frac{2}{9} = 0.222.$$

Svar : $\text{Var}(X) = \frac{2}{9} = 0.22$

Uppgift 4

a) Väntevärdet är

$$E(X - 3Y - 12) = E(X) - E(3Y) - E(12) = 1 - 3E(Y) - 12 = 1 - 3 - 12 = -14.$$

b) Variansen är p.g.a. oberoendet

$$\begin{aligned} \text{Var}(X - 3Y - 12) &= \text{Var}(X) + \text{Var}(3Y) = \text{Var}(X) + 3^2 \text{Var}(Y) = 4^2 + 3^2 \cdot 2^2 \\ &= 16 + 9 \cdot 4 = 4(4 + 9) = 52. \end{aligned}$$

Svar **a**): $E(X) = -14$ Svar **b**): $\text{Var}(X) = 52$

Uppgift 5

z -score för x är per definition lika med

$$z_i = \frac{x - \bar{x}_i}{s_i}, \quad i = 1, 2.$$

a) För Stimulus 1,

$$z_1 = \frac{4.2 - 6.0}{1.2} = -1.5$$

och

$$z_2 = \frac{1.8 - 6.0}{1.2} = -2.25$$

b) $z_2 < z_1$, Stimulus 1, ty z -score ligger närmare nollan.

Uppgift 6

$$P(A) = P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F_X(1) = 1 - (1 - e^{-2}) = e^{-2}.$$

$$P(B) = P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - F_X(2) = 1 - (1 - e^{-4}) = e^{-4}.$$

a) $(A \cap B) = \{X > 1\} \cap \{X > 2\} = \{X > 2\}$ (rita figur). Således

$$P(A \cap B) = P(X > 2) = e^{-4}.$$

b)

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{e^{-4}}{e^{-2}} = e^{-2}.$$

c) Är A och B inte oberoende, ty $P(B | A) \neq P(B)$.