

1. Betrakta en regressionskvation

$$y = x'\beta + e \quad \text{där} \quad E[e|x] = 0$$

Antag att feltermen e är *heteroskedastisk*.

- Vad innebär det att feltermen e är heteroskedastisk?
- Om man använder vanlig OLS (utan hänsyn till att ekvationen är heteroskedastisk), vad är då problemet? Är det så att
 - i*) Skattningarna av parametrarna β blir felaktiga (i meningen att skattningen konvergerar mot fel värde då antalet observationer $\rightarrow \infty$)?
 - ii*) Skattningarna av parametrarna β blir ineffektiv (i meningen att om vi vet formen för heteroskedasticiteten så kan vi hitta en effektivare skattning)?
 - iii*) Skattningarna av standardavvikelse (eller medelkvadratfelen) för parameterskattningarna blir felaktiga?
- Om man nu tillgriper Whites korrektion för heteroskedasticitet, vilken (vilka) av punkterna *i*–*iii*) påverkas då, och hur?

Du behöver inte bevisa något av påståendena, bara göra klart vad som gäller. (10p.)

2. Vi vill skatta parametrarna i en *strukturekvation*

$$y = x'\beta + e \quad \text{där} \quad E[e|x] \neq 0 \quad (2.1)$$

Att $E[e|x] \neq 0$ kan ha flera orsaker, t.ex.:

- Det finns en utelämnad oobserverad relevant variabel som är korrelerad med någon x -variabel.
- någon x -variabel är *endogen*, i meningen att den påverkas av y , och därmed av e .
- Om man skattar ekvationen (2.1) med OLS (med eller utan korrektion för heteroskedasticitet), vad är då problemet:
 - i*) Skattningarna av parametrarna β blir felaktiga,
 - ii*) Skattningarna av parametrarna β blir ineffektiva,
 - iii*) Skattningarna av standardavvikelse (eller medelkvadratfelen) för β blir felaktiga.
- En metod att skatta (2.1) är att använda en (eller flera) *instrumentvariabler*. Beskriv vad metoden går ut på. Vilka krav måste en instrumentvariabel uppfylla?

(10p.)

3. Du vill undersöka om inställningen till en viss fråga skiljer sig mellan folkpartister (fp) och socialdemokrater (s). Men åsikterna kan också påverkas av ålder och kön. Du har ett dataset där ett antal folkpartister och ett antal socialdemokrater har svarat "ja" eller "nej" på din fråga, och du vill nu skatta en ekvation av typen

$$\{\text{sannolikheten för "ja" resp. "nej"}\} \text{ beror på } \{(fp), (s), \text{ålder}, \text{kön}\}$$

- Specificera en lämplig ekvation att skatta. Glöm inte att ange vad variablerna är för något!
- Ange en lämplig skattningsmetod.
- När du planerar ditt dataset, skall du då eftersträva att få med ungefär lika många (fp) som (s), eller bör dessa vara med i ungefär samma proportioner som hos allmänheten (dvs. ungefär tre gånger så många (s) som (fp))? Motivera svaret!

(10p.)

4. Vi vill skatta parametern β_1 i regressionsekvationen

$$y = \beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + e \quad (4.1)$$

Vi vet att $\text{Cov}(x_1, x_2) = 0$. Betrakta regressionsekvationen

$$y = \tilde{\beta}_0 + x_1\tilde{\beta}_1 + \tilde{e} \quad (4.2)$$

- Visa att $\beta_1 = \tilde{\beta}_1$
- Eftersom $\beta_1 = \tilde{\beta}_1$ kan vi skatta (4.2) i stället för (4.1) för att få ett estimat av β_1 . Finns det någon fördel med att ändå skatta (4.1)?

(10p.)

5. Antag att vi skattar ekvationerna

$$\begin{aligned} y_i &= \alpha_0 + x_{1,i}\alpha_1 + x_{2,i}\alpha_2 + e_i \quad \text{och} \\ x_{1,i} &= \beta_0 + x_{2,i}\beta_2 + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

på ett dataset med n datapunkter. Vi skattar med OLS och får parameter-skattningarna $\hat{\alpha}_0, \dots, \hat{\beta}_2$. Residualerna vid skattningarna betecknar vi \hat{e}_i respektive $\hat{\varepsilon}_i$.

Bestäm ett så enkelt uttryck som möjligt för summan $\sum_i \hat{e}_i \hat{e}_i$ uttryckt i $\hat{\alpha}_0, \dots, \hat{\beta}_2$ och $\sum_i \hat{\varepsilon}_i^2$ och $\sum_i \hat{e}_i^2$.

(10p.)

6. Antag att vi stattar en "strukturekvation"

$$y = x'\beta + e, \quad \text{där} \quad E[e|z] = 0$$

med instrumentvariablerna z . Om du vill kan du anta att antalet z -variabler är detsamma som antalet x -variabler. Vi har alltså "endogenitet" i meningen att $E[e|x] \neq 0$. Är instrumentvariabelskattningen $\hat{\beta}$ väntevärdesriktig, betingat observationerna X, Z ? Alltså, gäller att $E[\hat{\beta}|X, Z] = \beta$? Bevisa vad som gäller!

(10p.)