



KTH Teknikvetenskap
Harald Lang

Tentamensskrivning, 13/3-2008, kl 8.00–13.00.
SF2951 Ekonometri, 6hp.
Hjälpmedel: miniräknare

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig lösning och motivering. Alla införda beteckningar som inte är standard skall definieras. Betyget (A–F) kommer inte att baseras enbart på uppnådd poängsumma, men 30p ger säkert godkänt.

Följande värden kan behövas: Om $X \in N(0, 1)$ så gäller
 $P(X > 2.326) = 0.01$, $P(X > 2.576) = 0.005$. Om $X \in \chi^2(1)$ så gäller
 $P(X > 6.635) = 0.01$, $P(X > 7.879) = 0.005$. Om $X \in \chi^2(2)$ så gäller
 $P(X > 9.210) = 0.01$, $P(X > 10.597) = 0.005$.

1. Du har skattat ekvationen

$$y = \beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + e$$

och fått punktskattningarna och deras kovariansmatris till respektive

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 3.14 \\ 2.45 \\ -1.3 \end{pmatrix} \quad \hat{V} = \begin{pmatrix} 0.27 & 0.01 & 0.02 \\ 0.01 & 0.09 & 0.03 \\ 0.02 & 0.03 & 0.36 \end{pmatrix}$$

- a) Bestäm ett symmetriskt konfidensintervall för β_1 med konfidensgrad 99%
- b) Bestäm ett symmetriskt konfidensintervall för $\beta_1 - \beta_2$ med konfidensgrad 99%
- c) Testa hypotesen ” $\beta_0 = 2$ och $\beta_1 - \beta_2 = 2.4$ ” med signifikansnivå 1%. (10p.)

2. Betrakta regressionsekvationen

$$y_i = x_i'\beta + e, \quad E[e | X] = 0, \quad (1)$$

dvs. i matrisform

$$Y = X\beta + e, \quad E[e | X] = \mathbf{0}. \quad (2)$$

Vi antar också homoskedasticitet, dvs. med beteckningarna i (2) gäller

$$E[ee' | X] = \sigma^2 I.$$

Låt \hat{e}_i beteckna residualerna vi får med OLS-skattningen av β . Bestäm ett uttryck för $E[(\hat{e}_1 - e_1)^2 | X]$ uttryckt i x_1 , X och σ . (10p.)

3. Betrakta regressionsekvationen

$$y_i = x_i'\beta + e, \quad E[e | X] = 0$$

där vi antar homoskedasticitet och normalfördelade residualer:

$$e_i \in N(0, \sigma^2) \quad (\text{dvs. variansen} = \sigma^2)$$

Observationerna är som vanligt statistiskt oberoende. För observationerna $0 \leq i \leq m$ har vi värden på y_i , men för observationerna $m < i \leq n$ vet vi bara att värdena på y_i är $\geq y^*$. Vi har dock värden på x_i för alla observationer. Vi har alltså en ”Tobit” ekvation. Vi vill nu skatta β och σ med ML. Härled den log-likelihood-funktion som skall maximeras. Använd symbolerna φ och Φ för täthetsfunktionen resp. frekvensfunktionen för $N(0, 1)$. (10p.)

4. Vi vill skatta "strukturekvationen"

$$p_i = \beta_0 + r_i \beta_1 + e_i. \quad (1)$$

Här är p priset per kvadratmeter på lägenheter (bostadsrätter), och r_i är låneräntan. Vi vill alltså se hur nivån på låneräntan påverkar bostadspriserna.

Nu är emellertid räntan r_i endogen. Den beror på Riksbankens styrränta, och den i sin tur beror på bostadspriserna och inflationstrycket. Vi modellerar en strukturekvation för bolåneräntan¹:

$$r_i = \alpha_0 + p_i \alpha_1 + x_i \alpha_2 + \varepsilon_i \quad (2)$$

där x_i är kapacitetsutnyttjandet i industrin, och betraktas som exogen. Residualerna e_i och ε_i antas oberoende, och alla observationer är oberoende.

- a) Visa att e_i är korrelerad med r_i .
- b) Föreslå en skattningsmetod för β_0 , β_1 .
- c) Visa att *förutsättningarna* för att din skattningsmetod skall lyckas (dvs. att den skall ge konsistenta skattningar) rimligtvis är uppfyllda. (10p.)

5. Vi vill skatta en produktionsfunktion

$$Q_i = \beta_0 + x_i^{(1)} \beta_1 + x_i^{(2)} \beta_2 + x_i^{(3)} \beta_3 + e_i \quad (1)$$

under bivillkoret

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$$

(där $x^{(k)}$ är några insatsvaror.) Vi har tillgång till ett program som skattar vanlig OLS utan bivillkor. Ange en metod att skatta koefficienterna i (1) – både deras punktskattningar och deras standardfel – med det programmet. (5p.)

6. Antag att vi vill skatta ekvationen

$$y_i = x_i' \beta + e_i \quad \text{Med}[e_i | x_i] = 0$$

dvs. medianen av e betingat x är noll. Beskriv en skattningsmetod för β och beskriv också kortfattat en möjlig metod att få approximativa konfidensintervall. (5p.)

7. När den beroende variabeln är ett binärt val (noll eller ett) använder man ofta en *logit-modell*.

- a) Beskriv specifikationen av en sådan modell.
- b) NLLS (icke-linjär regression) ger en konsistent skattning, men det är ändå inte en lämplig skattningsmetod. Förklara varför, och ange någon bättre metod. (10p.)

¹ OK, modellen är inte speciellt veklighetstrogen men vaddå? Det här är en tenta!