KTH Teknikvetenskap
Harald Lang

Tentamensskrivning, 5/6-2008, kl 14.00–19.00.
SF2951 Ekonometri.
Hjälpmedel: miniräknare.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig lösning och motivering. Alla införda beteckningar som inte är standard skall definieras. Betyget (A–F) kommer inte att baseras enbart på uppnådd poängsumma, men 30p ger säkert godkänt.

---

1. Du vill skatta en ekvation för huspriser och föreslår ekvationen

$$\text{pris} = \beta_0 + \text{yta} \cdot \beta_1 + \text{rum} \cdot \beta_2 + \text{tomt} \cdot \beta_3 + (\text{två\_plan}) \cdot \beta_4 + e$$

(yta=ytan i kvadratmeter, rum=antal rum, tomt=tomtstorlek i kvadratmeter, (två_plan)= dummy för tvåplansvilla (i motsats till enplans).) En mäklare påstår att ekvationen är felspecificerad, eftersom tvåplansvillor normalt har lägre kvadratmeterpris än enplansvillor *ceteris paribus*[1], vilket denna specifikation inte tar hänsyn till.

Föreslå en ekvation som även tar hänsyn till mäklarens synpunkt. (10p.)

2. Betrakta ekvationen

$$y_i = \alpha + x_i\beta + e_i, \quad i = 1, \ldots, n,$$

(där x_i är observation av *en* variabel). Låt z (också en variabel) vara instrumentvariabel för x. Härled ett uttryck för skattningen $\hat{\beta}$ av β. Uttrycket skall inte innehålla matriser. (10p.)

3. Du vill skatta en ekvation som predikterar sannolikheten att en student klarar tentan i ”polymera materials egenskaper” uttryckt i x_1 = antalet undervisningstimmar, och x_2 = antalet självstudietimmar. Du har observationer på x_1 och x_2 för ett stort antal studenter och deras tentamensresultat. Specificera en ekvation att skatta, och *ange noga vad alla variabler står för.* Ange även vilken skattningsmetod (beskriven med namn) du tänker dig. (10p.)

4. Du har skattat en regressionsekvation $y = \beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + e$ och fått skattningarna $\hat{\beta}_0 = 7.14$, $\hat{\beta}_1 = 1.30$, $\hat{\beta}_2 = 0.51$ och ”kovariansmatris”

$$\begin{pmatrix} 8.7939 & -1.4286 & -0.5536 \\ -1.4286 & 0.3571 & 0 \\ -0.5536 & 0 & 0.1557 \end{pmatrix}$$

Avgör om man på nivån 5% kan förkasta hypotesen $\beta_1 = \beta_2 = 0$. (10p.)

5. Du vill skatta *medianlönen* L för personer beroende på variablerna x_1 = år i utbildning, x_2 = år i arbetslivet, x_3 = dummy för kvinna:

$$\ln(L) = \beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 + e$$

Beskriv hur en sådan ekvation skall skattas. (10p.)

6. Betrakta den vanliga regressionsekvationen på matrisform:

$$Y = X\beta + e$$

där vi antar homoskedasticitet: $\mathrm{E}[e^2|X] = \sigma^2$. *Härled* uttrycket $\sigma^2(X'X)^{-1}$ för ”kovariansmatrisen” $\mathrm{E}[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'\,|X]$, där $\hat{\beta}$ är OLS-skattningen av β. (10p.)

---

[1] ”allt annat lika”

Kortfattade svar

1. Lägg till variabeln yta · (två_plan) till förklaringsvariablerna.

2. $\hat{\beta} = \dfrac{n \sum z_i y_i - (\sum z_i)(\sum y_i)}{n \sum z_i x_i - (\sum z_i)(\sum x_i)}$.

3. Logit:
$$y = \frac{\exp(\beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2)}{1 + \exp(\beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2)} + e$$
där y är en dummy för "klarat tentan": $y = 1$ om individen klarat tentan och $y = 0$ om denne inte klarat tentan. Skattas med ML.

4. Wald-test ger $Q = \dfrac{\hat{\beta}_1^2}{0.3571} + \dfrac{\hat{\beta}_2^2}{0.1557} \approx 6.40$ som är en observation av en $\chi^2(2)$-variabel under hypotesen. Kritiska värdet på nivån 5% är enligt tabellen 5.99, så vi *förkastar* hypotesen.

5. Använd "LAD", <u>L</u>east <u>A</u>bsolute <u>D</u>eviation, dvs. vi väljer de koefficienter som minimerar summan $\sum |\hat{e}_i|$. Observera att medianen för $\ln(L) = \ln(\text{medianen för } L)$, så skattningen för medianen av $\ln(L)$ blir
$$\exp(\hat{\beta}_0 + x_1\hat{\beta}_1 + x_2\hat{\beta}_2 + x_3\hat{\beta}_3)$$

6. Se kurslitteraturen.