KTH Teknikvetenskap
Harald Lang

Tentamensskrivning, 12/03-2009, kl 14.00–19.00.
SF2951 Ekonometri
Hjälpmedel: miniräknare.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig lösning och motivering. Alla införda beteckningar som inte är standard skall definieras.

---

1. Vi skattar en ekvation

$$y_i = x_i'\beta + e_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

med OLS och får koefficienterna $\hat{\beta}$ och residualerna $\hat{e}_i$, dvs.

$$y_i = x_i'\hat{\beta} + \hat{e}_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

Låt $\hat{y}_i = x_i'\hat{\beta}$. Visa att

$$\sum_1^n y_i^2 = \sum_1^n \hat{y}_i^2 + \sum_1^n \hat{e}_i^2$$

2. Vi vill skatta sannolikheten för att en låntagare inte kan betala tillbaks sitt lån. Vi antar att alla lån löper på ett år, och är lika stora. Sannolikheten antas bero på

1) om låntagaren haft någon betalningsanmärkning under de senaste två åren,

2) om låntagaren haft någon betalningsanmärkning två till fem år bakåt i tiden,

3) räntan på lånet.

Vi har data på 1'000 tidigare låntagare med uppgift på 1), 2) och 3) för var och en, samt om de betalat tillbaks sitt lån eller ej.

Föreslå en modell för att skatta den sökta sannolikheten uttryckt i kovariaterna 1), 2) och 3). Ange också hur du vill representera data vid skattningen.

3. Antag att du tänker skatta en linjär regressionsmodell med tre parametrar $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ med OLS, med avsikten att testa hypotesen "$\beta_1 = 0$ och $\beta_2 = 0$" på nivån 99% (dvs. felrisken 1%.)

a) Ange hur du tänker utföra testet. Det räcker med en mycket kort beskrivning.

b) När du skattat din ekvation får du följande punktskattningar på koefficienterna: $\hat{\beta}_0 = 64.14$, $\hat{\beta}_1 = 1.48$, $\hat{\beta}_2 = 1.36$, och följande kovariansmatris

$$\begin{pmatrix} 3.25 & 0.33 & -0.85 \\ 0.33 & 0.45 & 0.00 \\ -0.85 & 0.00 & 0.38 \end{pmatrix}$$

Avgör om du förkastar hypotesen eller inte.
Här är några kvantiler du kan använda:

– För en normalfördelad N(0,1)-variabel X gäller att $P(X \geq 2.33) = 0.01$, $P(X \geq 2.58) = 0.005$, $P(X \geq 2.81) = 0.0025$.
– För en $\chi^2(1)$-variabel X gäller att $P(X \geq 6.63) = 0.01$,
– För en $\chi^2(2)$-variabel X gäller att $P(X \geq 9.21) = 0.01$,
– För en $\chi^2(3)$-variabel X gäller att $P(X \geq 11.34) = 0.01$.

4. Antag att vi skattar en ekvation

$$y_i = x_i'\beta + e_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

med "LAD", dvs. vi minimerar $\sum_i^n |\, e_i|$.

a) Vad är den statistiksa tolkningan av $x'\beta$? (Inget bevis behövs!)

b) Vilka skäl kan man ha för att använda LAD i stället för OLS? Ange några fördelar / skillnader gentemot OLS.

5. Antag att du har ett system av linjära ekvationer,

$$\begin{cases} y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 y_2 + e_1 & \mathrm{E}[e_1 \mid x_1, x_2] = 0 \\ y_2 = \beta_0 + \beta_1 x_2 + \beta_2 y_1 + e_2 & \mathrm{E}[e_2 \mid x_1, x_2] = 0 \end{cases}$$

a) Visa att y_2 är korrelerad med e_1 (vi kan anta att α_2 och β_2 har olika tecken).

b) Hur skulle du skatta dessa ekvationer? (Kortfattad beskrivning.)

6. Antag att du har skattat parametrarna i en modell

$$y_i = g(x_i; \beta) + e_i, \quad \mathrm{E}[e_i\,|x_i] = 0, \quad i = 1, \ldots, n$$

där $g(x; \beta)$ kan vara icke-linjär i β. Nu vill du göra ett konfidensintervall för $g(x_0; \beta)$ för vissa *givna* värdem på x_0 på x (observera: du skall alltså inte ha konfidensintervall för β, utan för väntevärdet $g(x_0; \beta)$). Beskriv detaljerat hur du gör detta med bootstrap.