

Svar till Tentamen del 1

SF1511, 2016-06-08, 8.00-11.00,

Numeriska metoder och grundläggande programmering

Namn:

Personnummer:..... **Program och årskurs:**

Bonuspoäng. Ange dina bonuspoäng från kursomgången HT15-VT16 här:

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng). Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på dessa papper.

- (2p) 1. Integralen $\int_0^1 x^3 - x^2 dx$ approximeras med trapetsregeln med steget h . Vad blir värdet då $h = 0,5$?

- | | | | |
|---|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> $-\frac{1}{8}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{12}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{16}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{8}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $-\frac{1}{16}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{24}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2}{14}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$ |

- (2p) 2. För att hitta rötterna till polynomet $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ använder vi fixpunktsiterationen $x_{i+1} = G(x_i)$, $i = 0, 1, \dots$ där $G'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ och $x_0 = 1,5$. Vilken rot konvergerar fixpunktsiterationen mot?

- | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> -1 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> -2 |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> -3 |

- (2p) 3. Punkterna (0,3), (1,7) och (2,13) interpoleras med ett polynom med lägsta möjliga gradtal. Vilket y-värde har polynomet då $x = 0,5$?

- | | |
|--|-------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 4,75 | <input type="checkbox"/> 4,95 |
| <input type="checkbox"/> 4,80 | <input type="checkbox"/> 5,00 |
| <input type="checkbox"/> 4,85 | <input type="checkbox"/> 5,05 |
| <input type="checkbox"/> 4,90 | <input type="checkbox"/> 5,10 |

- (2p) 4. Givet följande värden för funktionen $y(x)$: $y(0,1)=2$, $y(0,2)=5$ och $y(0,3)=4$. Andraderivatan av y vid $x=0,2$ skattas då till

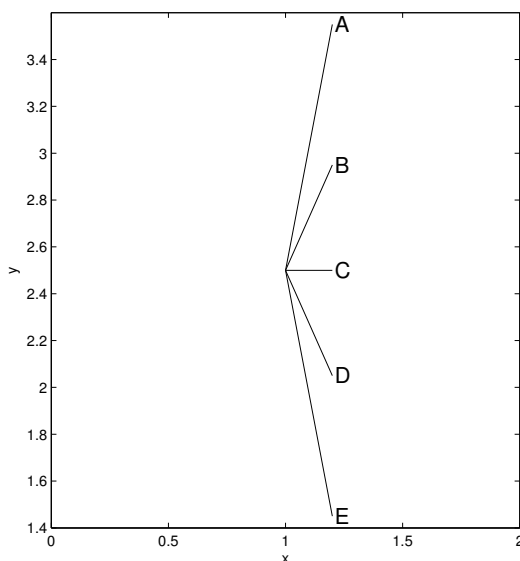
- | | | | | | |
|-----------------------------|------------------------------|--|------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> -4 | <input type="checkbox"/> -40 | <input checked="" type="checkbox"/> -400 | <input type="checkbox"/> 400 | <input type="checkbox"/> 40 | <input type="checkbox"/> 4 |
|-----------------------------|------------------------------|--|------------------------------|-----------------------------|----------------------------|

Var god vänd

(2p) 5. Differentialekvationsproblemet

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - y^2, \quad y(1) = 2,5$$

löses med Eulers metod med steglängd 0,2. Vilken av lösningarna i figuren här nedan är den korrekta?



A B C D E

(2p) 6. Vad skriver nedanstående program ut

```
v=[11:15];  
n=length(v);  
for i=1:n  
    v(i)=v(n-i+1);  
end  
v
```

v=[1 2 3 4 5] v=[11 12 13 12 11]
 v=[11 12 13 14 15] v=[15 14 13 14 15]
 v=[5 4 3 2 1] v=[1 2 3 4 5 6]
 v=[15 14 13 12 11] v=[11 12 13 14 15 16]

(2p) 7. Givet funktionen

$$f(x, y) = x^5 y + 2x^2 y^2 + 6$$

med $x = 1 \pm 0,01$ och $y = 10 \pm 0,1$.

Vad är lämplig skattning av felet hos $f(x, y)$?

2 6
 3 7
 4 8
 5 9

Del 1 fortsätter på sid 3

(2p) 8. Givet det icke-linjära ekvationssystemet

$$y^2 + 2x - y = 3,5$$

$$x^2 + 2y - x = 4,5$$

Systemet löses med Newtons metod med startgissningen $x=1, y=1$. Det linjära ekvationssystem som löses i den första iterationen är

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 \\ 4.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 \\ 4.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 \\ 4.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 2.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 2.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

(2p) 9. Ett differentialekvationssystem

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2 \quad y_1(0) = 1$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \sin(t * y_2) - 2y_1 \quad y_2(0) = 0$$

löses med RungeKuttas metod av ordningen 4 från $t=0$ till $t=10$ med steglängden $h=0,05$.

Hur många beräkningar av sinusfunktionen för olika argument används då?

 100 500 200 800 300 1000 400 1600

10. Du har använt en numerisk metod för att beräkna en integral. Felen i approximationen för några steglängder h ges av

h	0,04	0,02	0,01
fel	$65,0 \cdot 10^{-4}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$

(2p) Vad har metoden för noggrannhetsordning?

 1 2 3 4 5 6