SF1545
Tentamen i Grundkurs i numeriska metoder
Del 2 (av 2)
Torsdag 2017-01-12, kl 9-12

Skrivtid 3 tim. **Inga hjälpmedel.** Rättas endast om del 1 av tentan (eller motsvarande KS 2016-12-15) är godkänd. Betygsgräns (inkl bonuspoäng): 10p D, 20p C, 30p B, 40p A. Maximal poäng 50 + bonuspoäng från årets laborationer (max 4p).

Var god notera att miniräknare **ej** är tillåten på denna tentamen.

Svar skall motiveras och uträkningar redovisas. Korrekt svar utan motivering eller med felaktig motivering medför poängavdrag. Då algoritmbeskrivning begärs, avses normalt beskrivning i Matlab.

Eftersom miniräknare ej är tillåten är det tillåtet att lämna enkla beräkningsuttryck oförenklade, tex $c = 0.5 \cdot 0.2^3 \cdot \cos(\pi/3)$ i stället för det uträknade $c = 0.002$

( ) **P0.** Ange dina bonuspoäng. Endast poäng från senaste kursomgången är giltiga.

P1. Givet ekvationssystemet nedan

$$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y}{2} = 3$$

(4) **a)** Hur många (reella) lösningar har systemet? Glöm inte motiveringen!

(3) **b)** Skriv om problemet så att sekantmetoden kan användas för att hitta en lösning.

(6) **c)** Skriv ett Matlabprogram som med sekantmetoden bestämmer den lösning till systemet som har störst y-värde. Lösningen önskas med minst sex decimalers noggrannhet.

P2. Givet tabellen

t	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0
y	1.4	0.6	1.1	1.2	1.6	1.3	1.0

vill man anpassa en modell $y/y_0 = 1 + acos(wt) + bsin(wt)$

(4) **a)** Antag att man kan sätta $w = 2$ och $y_0 = 1$. Ställ upp det överbestämda linjära ekvationssystem som erhålls då man bestämmer kvarvarande parametrar a och b med linjära minstakvadratmetoden. Visa hur normalekvationerna erhålls och beskriv hur de ser ut (antal ekvationer, antal obekanta).

(6) **b)** Antag att man bara sätter $w = 2$ och bestämmer de kvarvarande parametrarna a, b och y_0 med minstakvadratmetoden genom att skriva om problemet till ett linjärt ersättningsproblem. Visa hur det linjära ersättningsproblemet kan se ut. Skriv ett Matlabprogram som bestämmer a, b och y_0 med linjära minstakvadratmetoden på detta sätta.

(7) **c)** Skriv ett Matlab-program som bestämmer samtliga parametrar a, b, y_0 och w med ickelinjära minstakvadratmetoden. Använd de ur förra deluppgiften erhållna parametervärdena som startvärden. Programmet skall sedan göra en plot över det givna intervallet där den beräknade funktionen ritas som en mjuk och slät kurva och mätpunkterna markeras med kryss.
(Om du inte har värden från förra deluppgiften kan du i programmet använda startvärdena $y_0 = 2$, $a = 3$, $b = 4$ och $w = 5$.)

Var god vänd

P3. Givet differentialekvationssystemet

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y - \frac{dx}{dt} = t^2 \qquad y(1) = 1$$
$$\frac{dy}{dt} - xy + \frac{d^3x}{dt^3} = t \qquad x(1) = 2$$

(2) **a)** Om systemet skall kunna lösas som ett beygynnelsevärdesproblem, vilket eller vilka startvärden saknas?

(4) **b)** Sätt eventuella felande startvärden till 0.2 och skriv om systemet till standardform, dvs den form som är lämplig för användning av Matlabs inbyggda ode-lösare. Glöm inte ange alla startvärden.

(4) **c)** Sätt startvärden som i förra deluppgiften. Skriv ett Matlabprogram som skattar och med förklarande text skriver ut $y(3)$. Programmet skall också plotta $w(t)$ på intervallet $1 \leq x \leq 3$, där $w(t)$ är den relativa förändringen, dvs $w(t) = \frac{\dot{y}(t)}{y(t)}$. Programmet skall inte skriva ut några andra värden eller kurvor.

(4) **d)** Lägg till satser i programmet i förra deluppgiften så att integralen

$$\int_1^3 y(t)dt$$

också skattas och skrivs ut med förklarande text.

P4. Formlen nedan skall skatta tredjederivatan

$$y'''(x) \approx \frac{c_1 \cdot y(x-2h) + c_2 \cdot y(x-h) + c_3 \cdot y(x) + c_4 \cdot y(x+h) + c_5 \cdot y(x+2h)}{c_6 \cdot h^3}$$

(4) **a)** Vilken noggrannhetsordning har formeln om

$$c_1 = c_5 = 1 \qquad c_2 = c_4 = -2 \qquad c_3 = 0 \qquad \text{och} \qquad c_6 = 6$$

(2) **b)** Vilket värde skall c_6 ändras till för att öka noggrannhetsordningen?

Lycka till och gott fortsatt "nummande"!