

Namn:

Personnummer:..... Program och årskurs:

Gränsen för betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng)

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på detta papper. På varje uppgift (eller deluppgift) ska du kryssa i ett och endast ett svar.

Bonus. Ange dina bonuspoäng från VT16 här:

1. (2p) Trapetsregeln med två intervall tillämpad på
- $\int_0^2 x^2 dx$
- ger värdet

☐ 1/4	☐ 1/3	☐ 3/2	☐ 5/2	☐ 5
☒ 3	☐ 9/32	☐ 7/32	☐ 2/3	☐ något annat

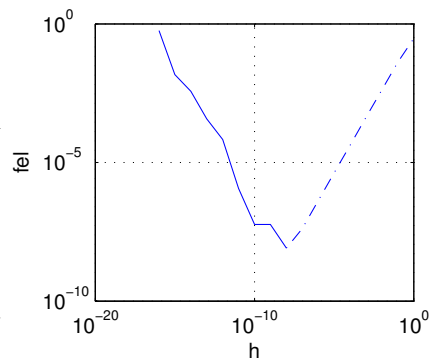
2. (3p) Figuren till höger har genererats genom att för olika
- h
- värden göra följande beräkning

>> fp=@(x) cos(x); f=@(x) sin(x);

>> x=0.2; g=(f(x)-f(x-h))/h; fel=abs(g(h)-fp(x))

Vilket påstående är **ej** korrekt?

- ☐ Den streckade linjen motsvarar ungefär $\mathcal{O}(h)$
- ☐ Den streckade linjen hade fortsatt på ett rakt sätt för små h om vi inte haft avrundningsfel.
- ☐ Den heldragna kurvan motsvarar ungefär $\mathcal{O}(1/h)$
- ☐ Richardsonextrapolation för denna metod blir $R=2g(h/2)-g(h)$.
- ☒ Metoden har noggrannhetsordning $\mathcal{O}(h^2)$ om man försummar avrundningsfel.



3. (2p) För att utföra ett varv (dvs en iteration) av Newton-Raphsons metod i
- n
- variabler behöver vi

- ☐ ... lösa ett olinjärt ekvationssystem i n variabler
- ☒ ... lösa ett linjärt ekvationssystem i n variabler
- ☐ ... lösa ett överbestämt ekvationssystem i $m > n$ variabler
- ☐ ... lösa ett överbestämt olinjärt ekvationssystem i $m > n$ variabler
- ☐ ... ungefär kvadrera felet
- ☐ ... ungefär fördubbla antalet korrekta decimaler

4. (3p) När man använder ett steg av Euler framåt med steglängd
- h
- på det andra ordningens begynnelsevärdesproblemet
- $y''(t) = \alpha(t-1)^2 y(t) + y'(t)$
- med
- $y(1) = a$
- och
- $y'(1) = b$
- för att approximera
- $y'(1+h)$
- får man

☐ $a + h^2 b$	☐ $b + h^2 a$	☐ $b + \alpha h^2 a$	☐ $a + \alpha h^2 b$	☐ $b + \alpha h^2 b$
☐ $a + hb$	☐ $a + h^2 b$	☒ $b + hb$	☐ $a + ha$	☐ något annat

5. (2p) För ett givet y blir resultatet av ett steg av Newtons metod för $f(x) = 0$ med funktionen $f(x) = \sin(x) + 3x + ye^{yx}$ och startvärde noll:

☐ $-(\sin(x) + 3x)$	☐ $\sin(x) + 3x$	☐ $-(4 + y^2)/y$	☐ 0	☐ 1
☒ $-y/(4 + y^2)$	☐ $y/(4 + y^2)$	☐ $\sin(x) + 3xe^{xy}$	☐ -1	☐ Något annat

6. (1p) Den sammansatta trapetsregeln har ...

☐ ... noggrannhetsordning $n = 1$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h)$

☐ ... noggrannhetsordning $n = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.62$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h^{1.62})$

☒ ... noggrannhetsordning $n = 2$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h^2)$

☐ ... noggrannhetsordning $n = 4$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h^4)$

☐ ... konvergensordning $p = 1$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|x_{n-1} - x_*|)$

☐ ... konvergensordning $p = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.62$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|x_{n-1} - x_*|^{1.62})$

☐ ... konvergensordning $p = 2$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|x_{n-1} - x_*|^2)$

☐ ... konvergensordning $p = 4$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|x_{n-1} - x_*|^4)$

7. (2p) Kombinationen av trapetsregeln med $h = 1/2$ och ett steg med sekantmetoden med $z_0 = 1$ och $z_1 = 0$ för den olinjära ekvationen $f(z) = \int_0^1 \sin(\pi x) e^{zx^2} dx = 0$ leder till approximationen $z_2 =$

☐ $\sin(\pi h)/(e^{-h^2} - 1)$	☒ $-\sin(\pi h)/(e^{h^2} - 1)$	☐ $-\sin(\pi h)/(e^{h^2} + 1)$	☐ $\sin(\pi h)/(e^{h^2} + 1)$
☐ $1/(he^{h^2} - h)$	☐ $1/(he^{h^2} + h)$	☐ $-1/(he^{h^2} - h)$	☐ $e^h/(he^{h^2} - h)$
☐ $h/(e^{h^2} - 1)$	☐ $1 - h/(e^{h^2} - 1)$	☐ $1 - 1/(he^{h^2} - h)$	☐ Något annat

8. (3p) Randvärdesproblemet $u''(x) = u(x)$, $u(0) = 1$, $u(1) = 0$ diskretiseras med matrismetoden (finita differensmetoden) med $h = 1/(n + 1)$ och man får $u(x_i) \approx u_i$ där

$$\begin{bmatrix} -2 + \blacksquare & 1 & & & \\ & 1 & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & 1 \\ & & & 1 & -2 + \blacksquare \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \clubsuit \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Symbolerna ska ersättas med:

☐ $\clubsuit = h$, $\blacksquare = h^2$	☐ $\clubsuit = h^2$, $\blacksquare = h^2$	☐ $\clubsuit = 0$, $\blacksquare = h^2$	☐ $\clubsuit = -1$, $\blacksquare = h^2$
☐ $\clubsuit = 1/h$, $\blacksquare = h^2$	☐ $\clubsuit = 1/h^2$, $\blacksquare = h^2$	☐ $\clubsuit = -h$, $\blacksquare = h^2$	☐ $\clubsuit = -h^2$, $\blacksquare = h^2$
☐ $\clubsuit = h$, $\blacksquare = -h^2$	☐ $\clubsuit = h^2$, $\blacksquare = -h^2$	☐ $\clubsuit = 0$, $\blacksquare = -h^2$	☒ $\clubsuit = -1$, $\blacksquare = -h^2$
☐ $\clubsuit = 1/h$, $\blacksquare = -h^2$	☐ $\clubsuit = 1/h^2$, $\blacksquare = -h^2$	☐ $\clubsuit = -h$, $\blacksquare = -h^2$	☐ $\clubsuit = -h^2$, $\blacksquare = -h^2$
☐ $\clubsuit = h$, $\blacksquare = h$	☐ $\clubsuit = h^2$, $\blacksquare = h$	☐ $\clubsuit = 0$, $\blacksquare = h$	☐ $\clubsuit = -1$, $\blacksquare = h$
☐ $\clubsuit = 1/h$, $\blacksquare = h$	☐ $\clubsuit = 1/h^2$, $\blacksquare = h$	☐ $\clubsuit = -h$, $\blacksquare = h$	☐ $\clubsuit = -h^2$, $\blacksquare = h$

9. (2p) Ett steg med Newtons metod tillämpad på ekvationssystemet $x^3 + y^2 = 27$ och $x^2y = 2$ med startvärde $x = 3$, $y = 0$ ger ny approximation (x, y) lika med

☐ $(-2, -3/2)$	☐ $(-3, 9/2)$	☐ $(2, 3/2)$	☐ $(2, -3/2)$	☐ $(-2, 3/2)$
☒ $(3, 2/9)$	☐ $(-2, 3)$	☐ $(3, 2)$	☐ $(3, -9/2)$	☐ något annat