

Namn:

Personnummer:..... Program och årskurs:

Gränsen för betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng)

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på detta papper.

På varje uppgift (eller deluppgift) ska du kryssa i **ett och endast ett svar**.**Bonus.** Ange dina bonuspoäng från VT16 här:

1. (2p) När man tillämpar den sammansatta trapetsregeln med $h = 1$ på integralen $\int_{-2}^2 x^2 e^{x^2} dx$ får man ..

☐ 0	☐ $8e^4 + 2e$	☐ $8e^4 - 2e$	☐ $-8e^4 + 2e$	☐ $-8e^4 - 2e$
☐ 1	☐ $8e^4$	☐ $-8e^4$	☐ $2e$	☐ $-2e$
☐ 2	☒ $4e^4 + 2e$	☐ $4e^4 - 2e$	☐ $-4e^4 + 2e$	☐ $-4e^4 - 2e$
☐ -1	☐ $4e^4$	☐ $-4e^4$	☐ något annat	

2. (2p) Vilket påstående **stämmer inte**: obs: kryssa endast ett svar

☐	Kancellation uppstår på grund av avrundningsfel när man subtraherar två nästan lika tal
☐	Gauss-eliminering har beräkningskostnad $\mathcal{O}(n^3)$
☒	Runges fenomen uppstår på grund av avrundningsfel vid ekvidistant polynominterpolation av hög polynomgrad
☐	Med ett polynom av grad $n - 1$ kan vi interpolera i n punkter med olika x -värden
☐	När vi använder centraldifferens för att approximera $f'(x)$ är felet $\mathcal{O}(h^2)$ om $f(x) = \sin(e^x)$.

3. (1p) För att lösa randvärdesproblemet $y''(x) = f(x)y(x)$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$ med matrismetoden (finita differensmetoden) med centraldifferens och steglängd h behöver vi ...

☒	... lösa ett linjärt ekvationssystem.
☐	... lösa ett olinjärt ekvationssystem.
☐	... lösa ett överbestämt linjärt ekvationssystem.
☐	... lösa ett överbestämt olinjärt ekvationssystem

4. (3p) Vad blir approximationen av $y(2)$ med Euler framåt med steglängd $h = 0.5$ applicerat på begynnelsevärdesproblemet $y'(t) + 2y(t) = 4$ och $y(0) = 0$?

☐ 0	☐ 0.5	☐ 1	☐ 1.2	☐ 1.4	☒ 2	☐ 2.2	☐ 2.4
☐ 3	☐ 4	☐ -1	☐ -2	☐ -3	☐ -4	☐ -5	☐ Något annat

5. (2p) Kombinationen av den sammansatta trapetsregeln med $h = 1$ och ett steg med Newtons metod med $z_1 = 3$ för den olinjära ekvationen $f(z) = \int_{-1}^1 z^2 x^2 dx - 1$ leder till approximationen

$z_2 =$	☐ $1 - \frac{1}{3}$	☐ $1 - \frac{2}{3}$	☐ $1 - \frac{3}{3}$	☐ $1 - \frac{4}{3}$	☐ $1 - \frac{1}{4}$	☐ $1 - \frac{2}{4}$	☐ $1 - \frac{3}{4}$	☐ $1 - \frac{4}{4}$
	☐ $1 + \frac{1}{3}$	☒ $1 + \frac{2}{3}$	☐ $1 + \frac{3}{3}$	☐ $1 + \frac{4}{3}$	☐ $1 + \frac{1}{4}$	☐ $1 + \frac{2}{4}$	☐ $1 + \frac{3}{4}$	☐ $1 + \frac{4}{4}$
	☐ $3 - \frac{1}{3}$	☐ $3 - \frac{2}{3}$	☐ $3 - \frac{3}{3}$	☒ $3 - \frac{4}{3}$	☐ $3 - \frac{1}{4}$	☐ $3 - \frac{2}{4}$	☐ $3 - \frac{3}{4}$	☐ $3 - \frac{4}{4}$
	☐ $3 + \frac{1}{3}$	☐ $3 + \frac{2}{3}$	☐ $3 + \frac{3}{3}$	☐ $3 + \frac{4}{3}$	☐ $3 + \frac{1}{4}$	☐ $3 + \frac{2}{4}$	☐ $3 + \frac{3}{4}$	☐ $3 + \frac{4}{4}$

☐ Något annat

Ett korrekt kryss av de ovan två har givit full poäng.

6. (3p) Vi vill lösa randvärdesproblemet $y''(x) = f(y, x)$ med $y(0) = 0$ och $y(1) = 1.4$. Vi vill använda inskjutningsmetoden (shooting method) **kombinerat med sekantmetoden**.

a) För att programmera detta behöver en metod som ...

- ☐ beräknar $y(0)$ givet $y(1)$
☐ beräknar $y(0)$ givet $y'(1)$
☐ beräknar $y'(0)$ givet $y(1)$
☐ beräknar $y'(0)$ givet $y'(1)$
☐ beräknar $y(1)$ givet $y(0)$
☒ beräknar $y(1)$ givet $y'(0)$
☐ beräknar $y'(1)$ givet $y(0)$
☐ beräknar $y'(1)$ givet $y'(0)$

b) Antag att metoden i (a) finns tillgänglig i ett program `u=metod(z)` som i matlab ger resultaten:

```
>> metod(0)
1.1000
>> metod(1)
1.2000
>> metod(2)
1.3000
>> metod(3)
1.5000
```

Vad blir inskjutningsmetoden med startvärden 2 och 3?

- | | | | | |
|---|--|--|--|--|
| ☐ $\frac{3}{2} + \frac{1}{3}$ | ☐ $\frac{3}{2} - \frac{1}{3}$ | ☐ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}$ | ☐ $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$ | ☐ $\frac{3}{2} + \frac{1}{4}$ |
| ☒ $2 + \frac{1}{2}$ | ☐ $2 - \frac{1}{2}$ | ☐ $2 + \frac{1}{3}$ | ☐ $2 - \frac{1}{3}$ | ☐ $2 + \frac{2}{3}$ |
| ☐ $2 - \frac{2}{3}$ | ☐ $2 + \frac{1}{4}$ | ☐ $2 - \frac{1}{4}$ | ☐ $2 + \frac{3}{4}$ | ☐ $2 - \frac{3}{4}$ |

7. (3p) Antag att $\alpha \neq 0$ är en given konstant. Ett steg med Newtons metod (i flera variabler) tillämpat på ekvationssystemet $x + \alpha y^2 - 3 = 0$ och $x^2 - y - 2 = 0$ med startgissning $(x_0, y_0) = (0, 0)$ leder till approximationen $(x_1, y_1) = ..$

- | | | | |
|--|---|---|--|
| ☐ $(3/\alpha, 2)$ | ☐ $(-3/\alpha, 2)$ | ☐ $(3/\alpha, -2)$ | ☐ $(-3/\alpha, -2)$ |
| ☐ $(3\alpha, 2)$ | ☐ $(-3\alpha, 2)$ | ☐ $(3\alpha, -2)$ | ☐ $(-3\alpha, -2)$ |
| ☐ $(3, 2)$ | ☐ $(-3, 2)$ | ☒ $(3, -2)$ | ☐ $(-3, -2)$ |
| ☐ $(3, 2/\alpha)$ | ☐ $(-3, 2/\alpha)$ | ☐ $(3, -2/\alpha)$ | ☐ $(-3, -2/\alpha)$ |
| ☐ $(3, 2\alpha)$ | ☐ $(-3, 2\alpha)$ | ☐ $(3, -2\alpha)$ | ☐ $(-3, -2\alpha)$ |
- ☐ något annat

8. (2p) Vi vill lösa begynnelsevärdesproblemet $y'(t) = \cos(y(t)^2)$ och $y(0) = 0$. När vi beräknar $y(1)$ med Euler framåt med steglängden h har metoden ...

- ☒ ... noggrannhetsordning $n = 1$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h)$
☐ ... noggrannhetsordning $n = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.62$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h^{1.62})$
☐ ... noggrannhetsordning $n = 2$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h^2)$
☐ ... noggrannhetsordning $n = 4$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(h^4)$
☐ ... konvergensordning $p = 1$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|y_{n-1} - y(1)|)$
☐ ... konvergensordning $p = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.62$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|y_{n-1} - y(1)|^{1.62})$
☐ ... konvergensordning $p = 2$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|y_{n-1} - y(1)|^2)$
☐ ... konvergensordning $p = 4$ dvs felet $\approx \mathcal{O}(|y_{n-1} - y(1)|^4)$

9. (2p) Följande data är givet

x	0	3	4
y	0	2	5

Newton-ansatsen för polynominterpolation genom samtliga datapunkter är $p(x) =$

- | | | | | |
|--|--|---|---|---|
| ☐ α_0 | ☐ $\alpha_0 + \alpha_1 x$ | ☐ $\alpha_0 + \alpha_1(x - 2)$ | ☐ $\alpha_0 + \alpha_1(x - 3)$ | ☐ $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2$ |
| ☐ $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x(x - 2)$ | ☒ $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x(x - 3)$ | ☐ $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x(x - 5)$ | | |
| ☐ $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3$ | ☐ $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x(x - 2) + \alpha_3 x(x - 3)$ | ☐ $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x(x - 3) + \alpha_3 x(x - 3)(x - 4)$ | | |