KUNGL TEKNISKA HÖGSKOLAN

Matematiska institutionen
Avdelningen för Optimeringslära och systemteori

Tentamen i 5B1832/2 Systemteknik, 5B1846 Tillämpad systemteknik
Lördagen den 16 december, 2000, klockan 8.00 – 13.00

Examinator: Ulf Brännlund, tel 790 73 20.

Tillåtna hjälpmedel: Från institutionen tillhandahållen miniräknare.

OBS! Personnummer skall anges på försättsbladet. Endast en uppgift på varje blad. Numrera sidorna och skriv namn på varje blad!

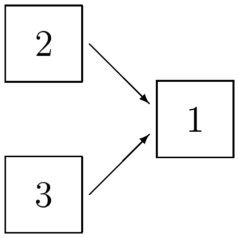
Totalt kan 50 poäng erhållas. 25 poäng ger säkert godkänt.

---

1. Antag att efterfrågan under ledtiden på en produkt är normalfördelad med väntevärde d och standardavvikelse σ. Antag vidare att efterfrågan per år är D och att uppsättningskostnaden är A kr/gång och lagerhållningskostnaden är h kr/st & år och att den relevanta bristkostnaden är B kr/st & år.

- Sätt upp den ur lagerstyrningssammanhang relevanta totalkostnaden per år som funktion av ovanstående storheter, orderkvantiteten Q och säkerhetslagret SS. .... (4p)
- Vilka approximationer görs i ovanstående uttryck? .... (2p)
- Härled ekvationer ur vilka det optimala säkerhetslagert och orderkvantiteter kan bestämmas. (Under förutsättning att du gjort rätt i a) behöver du inte visa att det relevanta problemet är konvext.) .... (4p)

2. Betrakta produktionsplaneringsproblemet för en produkt med denna produktstruktur,



dvs produkt 1 sätts samman av en produkt 2 och en produkt 3. Produktionsledtiderna är en period för samtliga produkter.

Företaget använder nettobehovsplanering med vanliga beställningspunktsystem för de enskilda lagren, där beställningspunkter och orderkvantiteter är resp $R_1 = 20$, $Q_1 = 30$, $R_2 = 35$, $Q_2 = 60$, $R_3 = 40$ och $Q_3 = 50$. Ingångslager för respektive lager är $I_1^0 = 60$, $I_2^0 = 75$ och $I_3^0 = 75$. Det finns inga planerade inleveranser.

Antag vidare att kontrakterade utleveranser av produkt 1 ges av tabellen nedan.

Period	1	2	3	4	5	6	7	8
Leverans	20	25	15	15	10	20	20	15

Dessutom finns ett reservdelsbehov av produkt 2 enligt följande tabell

Period	1	2	3	4	5	6	7	8
Leverans	0	10	0	10	10	5	10	0

och motsvarande för produkt 3

Period	1	2	3	4	5	6	7	8
Leverans	10	0	5	5	0	10	5	5

Använd nettobehovsplanering för att planera in produktionen av de olika produkterna. .... (7p)

3. Produktion av ett antal artiklar (N stycken) skall planeras för en trång sektor. Planeringen skall göras så att cykeltiden för varje produkt är en 2-potens av en gemensam cykellängd T, dvs om cykeltiden för produkt i betecknas med T_i så skall gälla att $T_i = 2^{k_i}T$, där k_i är något heltal. Man har följande data:

d_i = efterfrågan per tidsenhet för artikel i,
p_i = produktionstakt för artikel i,
s_i = uppsättningstid för artikel i,
A_i = ordersärkostnad för artikel i,
h_i = lagerhållningskostnad per enhet och tidsenhet för artikel i.

Uttryck totalkostnaden per tidsenhet som funktion av ovanstående data, den gemensamma cykeltiden T och koefficienterna k_i. Beskriv sedan kortfattat en heuristik (så som den är beskriven i Axsäters bok eller någon variant av denna) för att bestämma de koefficienter k_i och den gemensamma cykeltid som minimerar kostnaderna. Redogör också för en väsentlig svaghet med denna lösning. .... (8p).

4. (a) Formulera Palms teorem. Ange noggrant förutsättningarna. .... (4p)

(b) Du har troligen använt begreppen "Poissonprocess" och "Poissonfördelning" i (a)-uppgiften. Ange en fundamental skillnad mellan dessa båda begrepp. Ange också en egenskap som visar att det finns ett visst samband mellan dem (förutom att de båda ingår i Palms teorem!). .... (4p)

5. Betrakta den "enklaste" reservmaterielmodellen (Modell 1 i kompendiet), nämligen:

Endast en bas (med reservdelslager och verkstad).
Endast en nivå (dvs ingen "depå").
Endast en LRU-typ (utbytesenhet) som vi kan kalla "motorer".
Inga SRU:er (subutbytesenheter).

Antag att det i genomsnitt ankommer m st trasiga motorer/tidsenhet till basen, att verkstadstiderna för trasiga motorer är i genomsnitt T tidsenheter, och att man har s st reservmotorer vid basen.

Redogör för vad som menas med begreppen "backorders" och "expected backorders" (EBO) i ovanstående situation och härled följande formler för beräkning av bl a EBO:

$$p(s+1) = \frac{mT}{s+1}p(s), \quad R(s+1) = R(s) - p(s+1), \quad \mathrm{EBO}(s+1) = \mathrm{EBO}(s) - R(s),$$

med startvärdena

$$p(0) = e^{-mT}, \quad R(0) = 1 - p(0), \quad \mathrm{EBO}(0) = mT.$$

Beräkna speciellt EBO då $m = 1$, $T = 1$ och $s = 2$. .... (7p)

6. Vi generaliserar nu modellen i föregående uppgift till fallet att det är två st baser, med varsitt reservdelslager och varsin verkstad. Felankomstintensiteterna vid de bägge baserna är nu m_1 resp m_2, medan de genomsnittliga verkstadstiderna är T_1 resp T_2.

Antag att man ska placera ut sammanlagt s st reservmotorer. Frågan är hur man ska fördela dessa motorer mellan baserna, dvs hur man ska välja s_1 och s_2, med $s_1 + s_2 = s$, så att det sammanlagda antalet förväntade backorders blir så litet som möjligt.

Genomför detta med marginalallokering för fallet att $m_1 = 1$, $m_2 = 2$, $T_1 = T_2 = 1$ och $s = 3$.

Förklara och motivera ordentligt varje steg i dina beräkningar. ....(10p)